

schen Fluß bestimmt. Die magnetische „Spannung“ ist ja durch den viel größeren Widerstand des Spalts gegeben und daher für alle Streifen praktisch gleich anzunehmen, da die übrigen Kreiswiderstände klein sein sollen (hochpermeables Kernmaterial: Mu-Metall mit Anfangspermeabilität etwa 10 000). Weil die Permeabilität des Bandes aber noch groß (etwa $10 \dots 40$) gegenüber Luft angenommen werden kann, ist auch die Luftstreuung zu vernachlässigen.

Die Flußverteilung in der Umgebung (Abstand x vom Spaltrand) des Spalts ist also

$$f(x) = \frac{\Phi_A}{\xi} \int_x^{\xi} \frac{dx}{x + \delta/2} = \frac{\Phi_A}{\xi} \ln \frac{\xi + \delta/2}{x + \delta/2};$$

es liegt also ein *umgekehrt-logarithmischer Spalt* vor. Interessant ist der Vergleich mit den experimentell gemessenen Kurven von LÜBECK [1], die eine beachtliche Ähnlichkeit mit den neuen theoretischen auf-

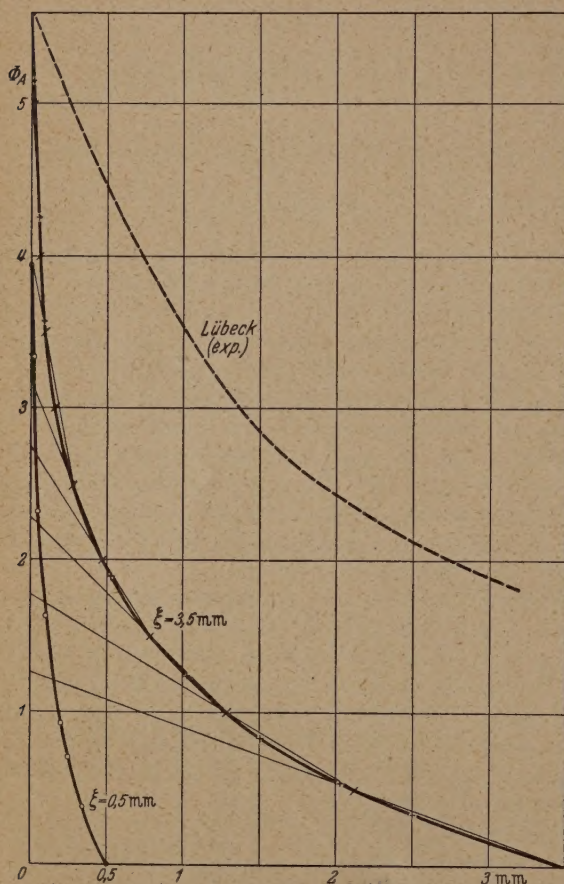


Abb. 2. Örtliche Flußverteilung über dem Sprechkopfspalt (Spaltbreite $20 \mu\text{m}$) für zwei verschiedene Spiegelbreiten berechnet, für $2 \times 3,5 \text{ mm}$ zerlegt in Teildreieckspalte, und experimentell gemessen in $50 \mu\text{m}$ Abstand vor dem Spalt (Lübeck, gestrichelt).

weisen (Abb. 2); bemerkt sei hierzu, daß damals aus Versuchsgründen im Abstand von mindestens $50 \mu\text{m}$ gemessen werden mußte.

Die Magnetisierung des Bandes ist nun durch das Integral über das Produkt Logarithmusspalt \times Sprechfunktion gegeben:

$$\int_{-(\xi + \delta/2)}^{\xi + \delta/2} f(x) \sin \frac{\omega(x + vt)}{v} dx;$$

die explizite Auswertung dieses Integrals erscheint aber schwierig. In erster Näherung kann man für die Flußverteilungsfunktion eine Summe von Dreieckspalten mit Basis d_n und Amplitude A_n setzen, deren Spaltfunktionen lauten:

$$\frac{A}{d/2} \frac{\lambda}{\pi} \int_0^{d/2} \sin \frac{\pi x}{\lambda} dx = A d/2 \frac{\sin^2 \frac{\pi d_n/2}{\lambda}}{\left(\frac{\pi d_n/2}{\lambda}\right)^2}.$$

Damit wird die Logarithmusspaltfunktion:

$$S(\lambda) = \sum_{n=1}^m A_n d_n/2 \frac{\sin^2 \frac{\pi d_n/2}{\lambda}}{(\pi d_n/2\lambda)^2}.$$

Diese fällt, wie die Beispiele der Abb. 3 für $\delta/2 = 10 \mu\text{m}$, $\xi_A = 3,5$ bzw. $0,5 \text{ mm}$ zeigen, im Übertragungs-

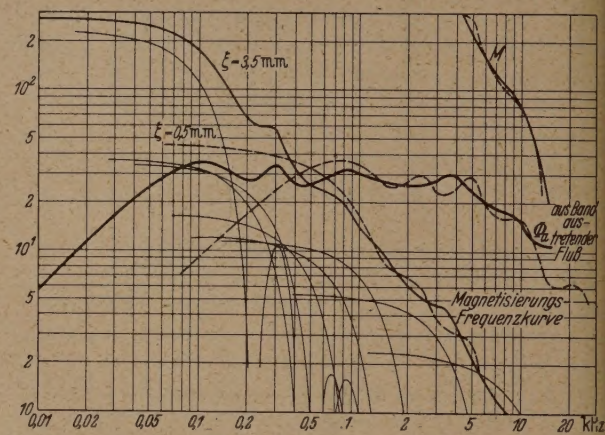


Abb. 3. Frequenzabhängigkeit der Magnetisierung und des aus dem Band austretenden Flusses für zwei Spiegelbreiten: $2 \times 3,5 \text{ mm}$ (stark ausgezogen) und $2 \times 0,5 \text{ mm}$ (gestrichelt) und Frequenzkurven der Teildreieckspalte (dünn ausgezogen); Sprechkopfspaltbreite $\delta_A = 20 \mu\text{m}$, Bandtransportgeschwindigkeit $v = 77 \text{ cm/sec}$. (Der letzte Teil der Magnetisierungsfrequenzkurve ist um zwei Zehnerpotenzen nach oben verschoben.)

bereich mit ω ab; den gleichen Frequenzgang zeigt die Magnetisierung.

Im nächsten Abschnitt wird kurz abgeleitet, daß der in den Hörkopf eintretende Fluß nicht der Magnetisierung, sondern deren örtlichem Differentialquotienten proportional ist; dadurch wird der ω -Abfall linearisiert. Wichtig ist aber, daß, wie man aus den Kurven für den örtlichen Differentialquotienten der Magnetisierung der Abb. 3 erkennt, beim Aufsprechvorgang — ähnlich den mechanischen Schallplattenabstastverfahren — außer der oberen auch eine untere Grenzfrequenz auftritt.

2. *Wiedergabevorgang.* Auch beim Hörkopfkreis teilen wir das Band wieder in eine Reihe von parallelen Streifen auf, deren Widerstände wie oben — da die übrigen Kreiswiderstände klein sein sollen — zusammen mit der magnetischen „Spannung“ die Flußverteilung bestimmen. Hier ergibt sich also ein *Hyperbelspalt* (Abb. 4). Eine magnetische „Spannung“ kann nur auftreten, wenn der örtliche Differentialquotient der Magnetisierung von 0 verschieden ist, wie man leicht an dem Beispiel eines Stabmagneten, einer Reihe von vielen hintereinanderliegenden Elementarmagneten gleicher Stärke sehen kann. Praktisch der gesamte aus dem einen austretende Fluß tritt in den anschließenden Elementarmagneten ein. Erst wenn die Elementarmagnete verschieden stark sind, oder was dasselbe bedeutet, zusätzliche Elementarmagnete vorhanden sind, tritt ein magnetisches Streufeld auf

[6] Bd. II/1 S. 110 der Aufl. 1936: Kraftlinien-
er von Stabmagneten).



Abb. 4. Örtliche Flußverteilung über Hörkopfspalt (Spaltbreite $\delta_W = 10 \mu\text{m}$), zerlegt in Teildreieckspalte.

Nimmt man einen Rechteckspalt an, dann gilt für
in den Hörkopf eintretenden Fluß

$$\int_{\delta/2+\xi}^{\delta/2} \sin \frac{\omega}{v} (ct+x) dx - \int_{\delta/2}^{\delta/2+\xi} \sin \frac{\omega}{v} (ct+x) dx$$

$$= -2 \frac{\omega}{v} \delta/2 \frac{\sin \frac{\omega}{v} \delta/2 \sin \frac{\omega}{v} \xi}{\frac{\omega}{v} \delta/2} \xi \cos \frac{\omega}{v} ct.$$

Übergang auf den Dreieckspalt der Basisbreite
auß über eine Summe von Rechteckspalten inte-
t werden:

$$\frac{A}{\eta} \int_0^{\eta} \frac{\sin \frac{\omega}{v} \xi}{\frac{\omega}{v}} d\xi = \eta/2 \cdot A \cdot \frac{\sin^2 \frac{\omega}{v} \eta/2}{\left(\frac{\omega}{v} \eta/2\right)^2}.$$

prechend gilt dann für den Hyperbel-Wiedergabe-
als Summe von Dreieckspalten

$$\sim -\frac{\omega}{v_1} \delta/2 \frac{\sin \frac{\omega}{v} \delta/2}{\frac{\omega}{v} \delta/2} \cos \frac{\omega}{v} ct \sum_{n=1}^m \eta_n A_n \frac{\sin^2 \frac{\omega}{v} \eta_n/2}{\left(\frac{\omega}{v} \eta_n/2\right)^2}.$$

5 zeigt die Auswertung für 2 Beispiele $\delta/2 = 5 \mu\text{m}$
 $\eta = 2,5$ bzw. $0,5 \text{ mm}$ mit den Teilsplattfunktionen
das erste Beispiel. Noch nicht berücksichtigt ist
i, daß der Spiegel besonders für gewisse mittlere
uenzen einen mehr oder weniger wirksamen Kurz-
uß über mehrere Wellenlängen bildet, so daß für
es mittlere Gebiet der Amplitudenfaktor etwas

kleiner wird, d. h. die Wiedergabefrequenzkurve hori-
zontaler verläuft und erst bei tiefen Frequenzen ein
Anstieg auftritt.

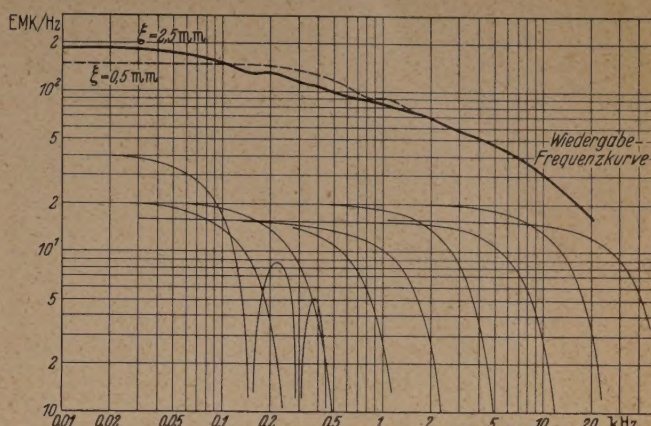


Abb. 5. Frequenzabhängigkeit der Hörkopf-EMK/Hz bei frequenzunabhängigem, aus dem Band austretenden Fluß für Spiegelbreite $2 \times 2,5 \text{ mm}$ (stark ausgezogen) und $2 \times 0,5 \text{ mm}$ (gestrichelt) und Frequenzkurven der Teildreieckspalte (dünn ausgezogen), Hörkopfspaltbreite $\delta_W = 10 \mu\text{m}$, Bandtransportgeschwindigkeit $c = 77 \text{ cm/sec}$.

3. Gesamtsplattfunktion. Das Produkt aus Auf-
sprech- und Wiedergabesplattfunktion nach 1. und 2.
zeigt vor allem den bisher auf Entmagnetisierungs-
vorgänge zurückgeführten stärkeren Höhenabfall;
außerdem einen Tiefenabfall, der bei zu kleinem
Spiegel (Berührungslänge) in den Übertragungsbereich
fallen kann (Abb. 6). Vor allem dieser Abfall ist mit

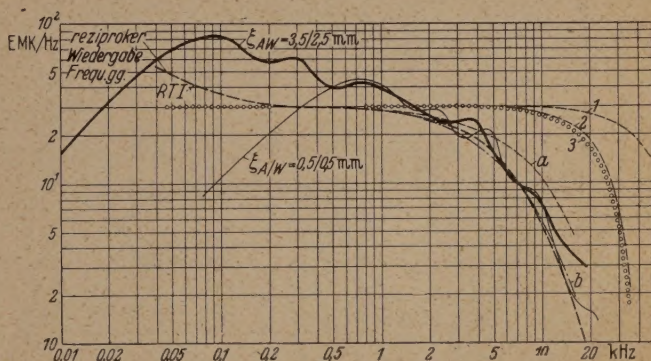


Abb. 6. Frequenzabhängigkeit der Hörkopf-EMK/Hz bei frequenzunabhängigem Sprechstrom für Spiegelbreite $2 \times 3,5/2,5 \text{ mm}$ (stark ausgezogen) und $2 \times 0,5/0,5 \text{ mm}$ (schwach ausgezogen), reziproker Gesamt Frequenzgang laut Normvorschriften der deutschen Rundfunkendeanstalten (Mitteilung des RTI Nürnberg) (stark gestrichelt), EMK/Hz extremer Bandsorten: a) Zweischicht-, b) Einschichtband (RTI). Rechteckspaltfunktionen: 1. Hörkopf; 2. Sprechkopf; 3. Gesamt-Sprech/Hörkopf-Splattbreite $\delta_{A/W} = 20/10 \mu\text{m}$. Bandtransportgeschwindigkeit $v = c = 77 \text{ cm/sec}$.

klassischen Splattfunktionen nicht zu erklären. Der
Anstieg oberhalb des Tiefenabfalls ist aus EMK-Mes-
sungen experimentell bekannt. Abgesehen von dem
zu starken Tiefenanstieg zeigt die Kurve eine bemer-
kenswert gute Übereinstimmung mit der reziproken
Entzerrungskurve des Rundfunktechnischen Instituts
(RTI) und den EMK/Hz-Frequenzkurven extremer
Bandsorten. Außer dem oben bereits erwähnten ma-
gnetischen Kurzschluß im mittleren Frequenzgebiet
durch den Spiegel müßte noch der Einfluß der in der
Praxis vorliegenden Abweichungen von den idealen
Voraussetzungen (vernachlässigbare Kreiswiderstände)
untersucht werden. Die Welligkeit der Kurven der
Abb. 3, 5 und 6 kommt sehr wahrscheinlich von den
Näherungsfehlern.

c) *Einfluß der Wiedergabeentzerrer-Eingangsschaltung.*

In der Regel wird angenommen, daß die Hörfopfspannung in praktisch genügend angenähertem Leerlaufbetrieb auf die folgende Wiedergabeentzerrerschaltung (Integrator) gegeben wird. Tatsächlich stellt jede Eingangsschaltung einen mehr oder weniger gedämpften Tiefpaß dar, dessen Eigenfrequenz bestenfalls dicht oberhalb des Übertragungsbereichs liegt. Bereits in deren Nähe steigen aber Wirk- und Blindstrom stark an, die eine GegenMMK erzeugen; diese vermindert den Fluß und damit die EMK. Formelmäßig lassen sich diese Zusammenhänge für den erwähnten Tiefpaß wie folgt beschreiben:

$$\Phi_{HK} = \left\{ \sum \frac{l}{\mu q} + \frac{w_W^2 j \omega}{R} \times \right. \\ \left. \times \frac{1 + j \frac{\omega}{\omega_0} \frac{R}{\sqrt{L/C}}}{1 + \frac{r}{R} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_0} \left(\frac{\sqrt{L/C}}{R} + \frac{r}{\sqrt{L/C}}\right)} \right\} = [i w]^*.$$

Der quantitative Einfluß dieser Gegen-MMK wurde experimentell in einem Beispiel dadurch geprüft, daß die erwähnte Tiefpaß-Schaltung einmal ohne und das andere Mal mit zusätzlicher Belastung verwendet wurde (Abb. 7 oben); die Kurven sind nicht mit denen

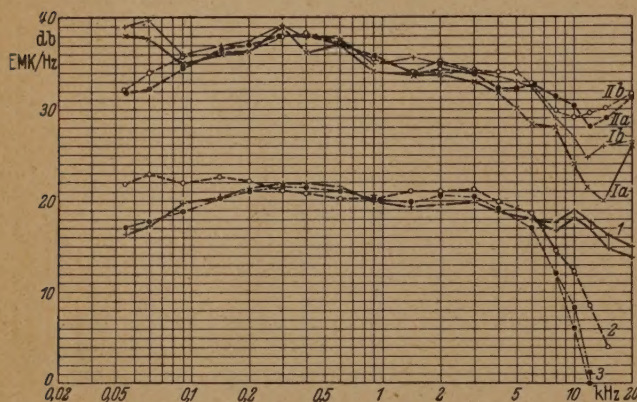


Abb. 7. EMK/Hz bei verschiedenen Wieder-Entzerrer-Eingangsschaltungen. I, II verschiedene Hörköpfe. a) ohne; b) mit zusätzlicher Belastung. Verschiedene Eingangsschaltungen: 1. praktischer Leerlauf; 2. schwache; 3. starke Gegenkopplung.

der Abb. 6 vergleichbar, weil die Aufsprechtentzerrung nicht eliminiert ist. Die EMK/Hz-Frequenzkurve zeigt — wie erwartet — mit stärkerer Belastung einen glatteren Verlauf, das Loch im Resonanzgebiet ist weniger tief. Eine Resonanzspitze verursacht also ein Loch in der EMK/Hz-Frequenzkurve; schon aus diesem Grunde ist die EMK also ohne nähere Schaltungsangaben kein sicheres Maß.

Weitere Fehlermöglichkeiten lassen sich am besten übersehen, wenn man ein Ersatzschaltbild für die Hörfopfschaltung aufstellt. Dabei kann man von vorneherein den fiktiven Übertrager, dessen Primärwicklungsstrom an Stelle des Bandflusses den Kernfluß erzeugen soll, gleich in bekannter Weise durch Streuinduktivitäten, Verlustwiderstände, Querinduktivität und Wicklungskapazität darstellen (Abb. 8). Die primäre Streuinduktivität S_1 berücksichtigt die äußeren Streuverluste zwischen Band und Hörfopf Kern (Entmagnetisierungseffekt?), die sekundäre S_2 diejenigen

zwischen Hörfopf Kern und -wicklung, jenen Antikraftlinien, die nicht durch die Spule gehen. Hier erliegt die Ersatz-EMK, an der folgenden Schaltkapazität tritt die Klemmenspannung auf. Die Belastung kann entweder direkt ein OHMScher Widerstand oder die entsprechend der Verstärkung der ersten Stufe reduzierte Gegenkopplungs - Widerstandskombination sein.

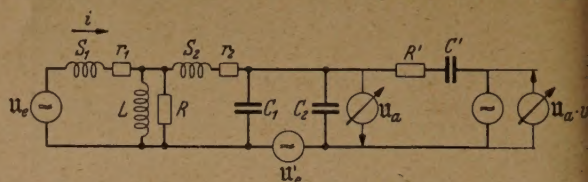


Abb. 8. Ersatzschaltbild des Hörfopfkreises.

tät tritt die Klemmenspannung auf. Die Belastung kann entweder direkt ein OHMScher Widerstand oder die entsprechend der Verstärkung der ersten Stufe reduzierte Gegenkopplungs - Widerstandskombination sein.

Die Durchrechnung der Schaltung liefert zwei verschiedene Funktionen für die Fälle Betrieb ($u_e' =$ und Eichung ($i = 0$; $S_2 = 0$; $S_1 + r_1 = \infty$):

Fall Betrieb:

$$u_e \frac{1}{1 + S_1 L + \frac{r_1}{j \omega L}} = u_a \left\{ 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \left(\frac{S_1/L + r_1/j \omega L + j \omega L/R}{1 + S_1 L + r_1/j \omega L} + \frac{S_2}{L} \right) + \frac{r_2}{R'} \frac{1 + v}{1 + j \omega C' R'} + j \frac{\omega}{\omega_0} \left[\frac{r_2(1 + j \omega L/R)}{\sqrt{L/(C_1 + C_2)}} + \sqrt{L/(C_1 + C_2)} \left(\frac{1}{R} + \frac{1 + v}{R'} \frac{1}{1 + j \omega C' R'} \right) \right] \right\}.$$

Fall Eichung:

$$u_e' \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_1} \left[\sqrt{L/C_1}/R + r_2/\sqrt{L/C_1} \right] \right) = u_a \left\{ 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{r_2}{R'} \frac{1 + v}{1 + j \omega C' R'} + j \frac{\omega}{\omega_0} \left[\frac{r_2(1 + j \omega L/R)}{\sqrt{L/(C_1 + C_2)}} + \sqrt{L/(C_1 + C_2)} \left(\frac{1}{R} + \frac{1 + v}{R'} \frac{1}{1 + j \omega C' R'} \right) \right] \right\}.$$

Die sekundäre Streuinduktivität kann im Fall Betrieb einen zusätzlichen Höhenabfall bringen, so daß bezüglich Belastung verschiedenen Entzerrerschaltungen verschiedene EMK-Frequenzkurven oder in anderen Worten bei gleicher Eichfrequenzkurve verschiedene Höhenabfallkurven erhalten werden können (vgl. Abb. 7 unten). Auch die Gegenkopplung verursacht also einen stärkeren Höhenabfall.

III.

Richtlinien für Testbänder.

Bezüglich Testbändern für die Prüfung von Wiedergabeapparaturen kann man sich die Frage vorlegen unter welchen Bedingungen sie aufgenommen sein sollen. Zunächst wird man, dem Verfahren nahe liegend, den Aufsprechtstrom frequenzunabhängig bis zu den höheren Frequenzen, dort in bestimmter, vereinbarter Weise ansteigend wählen. Wie oben beschrieben, können diese Testbänder dann u. U. bei nicht allen, an sich technisch einwandfreien Apparaturen gleich ausfallen. Erst recht nicht allgemeingültig sind Testbänder, deren Aufnahmebedingungen in de

festgelegt sind, daß sie mit einer Normabspiel-
ratur im geforderten Bereich geradlinige Fre-
zcharakteristik ergeben.
Die einzig richtige Aufnahmebedingung dürfte jene
bei welcher der aus einem ideal guten Band aus-
ende Fluß nach den theoretischen Überlegungen
enzunabhängig erwartet werden kann. Dann
keine Beschränkung in der Wahl der Sprechkop-
nsionen (geom.) und -eigenschaften vor; diese
sen lediglich in der Aufsprechstrom-Frequenz-
e berücksichtigt werden. In analoger Weise müßte
Wiedergabeentzerrung entsprechend den Hörkopf-
tümlichkeiten gewählt werden.
Bei der Schallplatte hat man mit der Lichtband-
enmessung ein Verfahren der direkten Bestim-
g der Aufnahmefrequenzkurve; nicht ganz so
tig liegen die Verhältnisse beim Tonfilm, immer-
ist dort in gewissem Umfange (bei tieferen Fre-
zen) die Möglichkeit einer optischen Ausmessung
Amplitude gegeben. Wie bei den anderen Auf-
nungsverfahren sollte auch beim Magnettonver-
eine in bestimmter Weise festgesetzte, aber
lut gültige Aufsprechfrequenzkurve angestrebt
len.

IV.

Zusammenfassung.

Aus Überlegungen über die Verteilung der magne-
nen Widerstände im Sprech- und Hörkopfkreis
en eine umgekehrt logarithmische bzw. eine hyper-
sche Flußverteilungsfunktion. Der ω -Abfall der
echkopfspaltfunktion wird durch den ω -proportion-
en Frequenzgang des Hörkopfflusses kompensiert,
in des letzteren Proportionalität zum örtlichen

Differentialquotienten der Magnetisierung seine Ur-
sache hat.

Mit den wahren Spaltfunktionen allein lassen sich
der stärkere Höhenabfall, zu dessen Begründung mit
den klassischen Rechteckspaltfunktionen ein „Ent-
magnetisierungseffekt“ notwendig war, ein Tiefen-
anstieg und ein daran anschließender Tiefenabfall
recht gut erklären.

Die Ersatz-EMK ist kein ganz hinreichendes Ver-
gleichsmaß für die Hörkopf-EMK, da sowohl die Gegen-
MMK als auch die Streuinduktivität (Hörkopfspule/-
kern) nicht von ihr erfaßt werden; durch OHMSche
Belastung und scheinbare durch Gegen-MMK können
also die EMK-Frequenzkurven gefälscht werden.

Beim Abschluß der Arbeit möchte ich der Matth.
Hohner-AG. für die rege Unterstützung und Förde-
rung der Untersuchungen meinen verbindlichen Dank
aussprechen.

Anm. b. d. Korr.: Neueste Überlegungen des Ver-
fassers haben ergeben, daß man auch bei tiefen Fre-
quenzen eine gute Übereinstimmung zwischen Rechnung
und Beobachtung erhält, wenn man die Aufnahme-
beiträge aller Streifen mit den zu ihnen gehörenden
Wiedergabefrequenzgängen getrennt multipliziert und
dann addiert.

Literatur. [1] LÜBECK, H.: Akust. Z. 2, 273 (1937). —
[2] BRAUNMÜHL, H. J. v. u. W. WEBER: DRP. 743 411 (1940).
— [3] KÜPFMÜLLER, K. Z. techn. Physik 8, 474 (1927). —
[4] VOX, W.: Akust. Z. 3, 302 (1938) (berechnete den Tonfilm-
frequenzgang für eine Summe von Rechteck- und Exponen-
tialspalten). — [5] GUCKENBURG, W.: Funk u. Ton 4, 24
(1950). — [6] GRIMSEHL: Lehrbuch der Physik, Bd. II/1;
BECKER, R.: Theorie der Elektrizität, Bd. I/133.

Dr. RICHARD BIERL: Trossingen, Ernst-Hohnerstr. 8.

Über die Härte II. Zusammenhang der neuen Härte mit der Brinellhärte*.

VON EUGEN KAPPLER, Münster (Westf.).

Mit 8 Textabbildungen.

(Eingegangen am 6. November 1950.)

I. Einleitung.

In einer früheren Veröffentlichung [1] (im folgen-
als „I“ zitiert) hat der Verfasser eine neue Defini-
der Härte vorgeschlagen. Diese Definition ergab
aus dem Studium des Verformungsvorganges beim
nderdruck- und Kugeldruckversuch, welches den
eck hatte, eine Formel für die Abhängigkeit der
nderdruckhärte und der MEYERHärte von der Prüf-
zu finden. Das Ergebnis dieser Überlegungen ist
unten wiedergegebene Formel (6), nach welcher
Härte mit unendlich werdender Prüflast einem
nzwert H_∞ zustrebt, der beim Kugeldruckversuch
abhängig vom Radius der Prüfkugel ist. Diesen
nzwert haben wir als Härte-Definition vorgeschla-
. Die Überlegungen liefern ferner einen wichtigen
weis für die Bedeutung der Härte. Wie aus (6a)
vorgeht, ist die Härte keine rein plastische Kenn-
Be, sie hängt auch von den elastischen Eigenschaf-
des Werkstoffes und beim Kugeldruckversuch
h von denjenigen der Prüfkugel ab. Ausgangs-
kt für die Überlegungen sind die HERTZschen For-
n, welche die meßbaren elastischen Formänderun-
(den Radius a der Berührungsfläche und die An-
erung oder Eindringtiefe α_{el}) mit der Last P ver-

knüpfen, wenn 2 Körper gegeneinander gedrückt wer-
den. Sie gelten deshalb auch nur innerhalb der Grenzen,
innerhalb derer die HERTZschen Formeln gelten. Sie
lauten für den Fall der Berührung einer Kugel mit der
Krümmung ϱ_2 und dem Elastizitätskoeffizienten ϑ_2 ,
mit einem zweiten Körper mit dem Elastizitäts-
koeffizienten ϑ_1 , dessen Oberfläche längs der ganzen
entstehenden Berührungsfläche ebenfalls eine Kugel-
kalotte der Krümmung ϱ_1 darstellt:

$$\left. \begin{aligned} a &= \sqrt[3]{\frac{3}{16} \frac{(\vartheta_1 + \vartheta_2)}{(\varrho_1 + \varrho_2)} P}, \\ \alpha_{el} &= \sqrt[3]{\left(\frac{3}{16}\right)^2 (\vartheta_1 + \vartheta_2)^2 (\varrho_1 + \varrho_2) P^2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

woraus sich die beiden Gleichungen ableiten:

$$\alpha_{el} a = \frac{3}{16} (\vartheta_1 + \vartheta_2) P, \quad \frac{\alpha_{el}}{a^2} = \varrho_1 + \varrho_2. \quad (2)$$

Der Elastizitätskoeffizient ϑ ist definiert durch

$\vartheta = \frac{4}{E} (1 - \mu^2)$, E = Elastizitätsmodul, μ = POIS-
SONSche Konstante.

Drückt man z. B. eine Kugel der Krümmung ϱ_2 mit
genügend großer Last P gegen eine ebene Platte, so
entsteht eine Verformung, die etwa nach dem Schema
der Abb. 1 verläuft. Die Verformung ist z. T. elastisch,

* Herrn Geheimrat Prof. Dr. J. ZENNECK zu seinem
Geburtstag gewidmet.

z. T. plastisch. Insbesondere besteht die während der Belastung beobachtete Eindringtiefe α_g aus 2 Anteilen α_{pl} und α_{el} , wovon der elastische Anteil α_{el} nach der Entlastung zurückgeht. Auf ihn sind naturgemäß die HERTZschen Formeln anzuwenden.

Über die Gestalt der während der Belastung vorhandenen Berührungsfläche ist nichts bekannt; wenn sie eine Kugelfläche ist, so ist ihr Krümmungsradius wegen der elastischen Abplattung der Kugel jedenfalls größer als derjenige der unverformten Prüfkugel und kleiner als derjenige des bleibenden Eindrucks.

Für die weiteren Überlegungen sind 3 wichtige empirische Feststellungen wesentlich, über deren Richtigkeit man von Fall zu Fall sich durch Versuche zu überzeugen hat. Sie gelten nach unseren Beobachtungen für polykristalline kubische Metalle.

Die erste Beobachtung zeigt, daß bei diesen Stoffen entsprechend Abb. 1 innerhalb der Meßgenauigkeit der

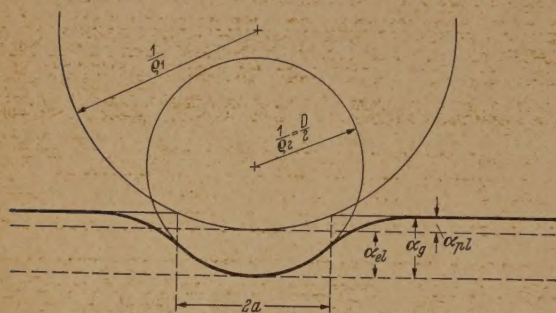


Abb. 1. Schematische Zeichnung der Verformung beim Kugeldruckversuch ohne Berücksichtigung des Randwulstes.

Radius a der Berührungsfläche (bzw. der Druckfläche), die während der Belastung sich einstellt, gleich ist dem Radius des nach der Entlastung vorhandenen bleibenden Eindrucks. Es kann somit für die Größe a in den HERTZschen Formeln der nach der Entlastung bestimmbare Radius des plastischen Eindrucks genommen werden, d. h.

$$\alpha_{el} = \alpha_{pl} = a. \quad (3)$$

Die zweite empirische Feststellung betrifft die Abhängigkeit der aus (2) bestimmbaren Größe $\varrho_1 + \varrho_2$. Es gilt:

$$\varrho_1 + \varrho_2 = \frac{C}{P^{1/2} + A}. \quad (4)$$

Dabei ist C eine Materialkonstante, während die Konstante A außer vom Material auch noch vom Radius der Prüfkugel abhängig ist. Für die MEYER-Härte H_M , welche definiert ist als

$$H_M = \frac{P}{\pi a^2} \quad (5)$$

folgt dann aus den Beziehungen (1), (2), (3) und (4)

$$H_M = H_\infty \frac{P^{1/3}}{(P^{1/2} + A)^{2/3}} = \frac{H_\infty}{\left(1 + \frac{A}{P^{1/2}}\right)^{2/3}} \quad (6)$$

mit

$$H_\infty = \frac{1}{\pi} \left[\frac{3}{16} \frac{C}{(\vartheta_1 + \vartheta_2)} \right]^{2/3}. \quad (6a)$$

Die Tatsache, daß es überhaupt Substanzen gibt, welche der Beziehung (4) gehorchen, scheint uns von grundlegender Bedeutung zu sein. Wie aus der Entstehung der Formel (6) ersichtlich ist, gibt es nur für solche Stoffe überhaupt eine bestimmte Härte. Ver-

läuft für einen Stoff $\varrho_1 + \varrho_2$ nach einer anderen Potenz von P als $1/2$, so nimmt H mit wachsendem P entweder dauernd zu oder dauernd ab, je nachdem ob der Exponent von P in Formel (4) kleiner oder größer als $1/2$ ist. Es liegt nahe, Stoffe, welche der Beziehung (4) gehorchen, als „normal“ zu bezeichnen. Nach dieser Auffassung wäre dann das Verhalten eines Stoffes, der die Beziehung (4) und damit auch (6) nicht befolgt, als Abweichung von dem Normalverhalten zu beschreiben. Bei einem derartigen Stoffe läge eine Änderung der Härte H_∞ infolge der Verformung vor.

Schließlich ist noch die dritte empirisch festgestellte Tatsache zu erwähnen, die es gestattet, eine Reihe weiterer bemerkenswerter Gesetzmäßigkeiten vor allem für die BRINELL-Härte — aufzustellen. Es ist die Tatsache, daß beim Kugeldruckversuch der bleibende Eindruck ebenfalls einen Ausschnitt aus einer Kugelfläche darstellt mit einer Krümmung $\varrho_1 < \varrho_2$ (vgl. Abb. 1). Wir hatten in I diese Tatsache als Annahme eingeführt, um eine Erklärung für die beobachtete Proportionalität der plastischen Eindringtiefe α_{pl} und der Prüflast P zu finden. Es ergibt sich aus Abb.

$$\alpha_{pl} = \frac{a^2 \varrho_1}{2}, \quad (7a)$$

solange

$$a^2 \varrho_1^2 \ll 1 \quad (7b)$$

ist,

und mit Hilfe von (1), (3), (4) und (6a):

$$\alpha_{pl} = \frac{1}{D} \left[\frac{3}{16} \frac{(\vartheta_1 + \vartheta_2)}{C} \right]^{2/3} P \left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)^{2/3} \left\{ \left(1 - \frac{\frac{CD}{2}}{P^{1/2} \left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)} \right) \right. \\ \left. = \frac{P}{\pi D H_\infty} \left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)^{2/3} \left(1 - \frac{\frac{CD}{2}}{P^{1/2} \left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)} \right)^* \right\} \quad (7c)$$

mit $D = \frac{2}{\varrho_2}$ = Durchmesser der Prüfkugel.

Für große Lasten wird danach α_{pl} in der Tat proportional zur Prüflast P . Wie wir weiter unten sehen werden, sind aber die Verhältnisse in Wirklichkeit komplizierter.

Inzwischen ist uns die Untersuchung von G. TABOR [2] bekannt geworden, in welcher auf Grund von Messungen nach verschiedenen Methoden für Metalle festgestellt wurde, daß der bleibende Eindruck beim Kugeldruckversuch exakt Kugelgestalt besitzt.

Wir haben schon oben darauf hingewiesen, daß unsere auf die HERTZschen Formeln sich gründenden Überlegungen nicht uneingeschränkt gelten können. Die HERTZschen Formeln haben insbesondere folgende zwei Voraussetzungen: 1. Der Radius a der Berührungsfläche soll klein verglichen zu $1/\varrho_1$ und $1/\varrho_2$ sein; streng genommen gelten sie nur für eine ebene Berührungsfläche. 2. Über die Gestalt der Oberfläche der beiden Kontaktkörper ist angenommen, daß sie ein

* In I liegt bei der entsprechenden Formel auf S. 568 ein Druckfehler vor. An Stelle des Faktors $\left\{ 1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right\}$ tritt der Faktor $\left\{ 1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right\}^{2/3}$. Ein weiterer Druckfehler ist in Formel (5) vorhanden, wo es $P^{1/3}$ an Stelle $P^{2/3}$ heißen muß.

boloid darstellt. Beide Voraussetzungen sind im des Kugeldruckversuchs hinreichend erfüllt, a_{ρ_1} und $a_{\rho_2} \ll 1$ ist. Bei großen Eindrücken sind Abweichungen zu erwarten, was die Versuche bestätigen. Die Härte H_∞ bedeutet also nicht einen Grenzwert, dem H_M mit $P \rightarrow \infty$ tatsächlich reibt, sondern einen Grenzwert, der erreicht werden würde, wenn die HERTZsche Näherung uneingeschränkt würde. Auch bei sehr kleinen Lasten lassen wie MOSER in seiner Dissertation gezeigt hat, die Formungsvorgänge nicht mit den obigen Formeln beschreiben. Denn die empirische Beziehung (3) kann für Lasten $P < P_0$ nicht erfüllt sein, wenn P_0 die Last ist, bei der die bleibende Verformung eben beginnt.

II. Die Brinell-Härte.

Die BRINELL-Härte H_B ist definiert als

$$H_B = \frac{P}{O} \quad (8)$$

Die Oberfläche der Kugelkalotte des Eindrucks O . Die Oberfläche einer Kugelkalotte kann entweder dem Radius a der Kalotte oder aus ihrer Höhe (Eindringtiefe α) berechnet werden. Es ist

$$O = \frac{\pi}{2} D^2 \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2a}{D} \right)^2} \right) \quad (9a)$$

$$O = \pi D \alpha \quad (9b)$$

bei ist $D = \frac{2}{\rho}$ der Durchmesser der zu der Kalotte gehörenden Kugel.

Wie aus der Abb. 1 ersichtlich ist, ist aber die Definition (8) noch nicht eindeutig. Es entsteht die Frage, welche Kugelkalotte die Oberfläche in (8) einzusetzen ist. Es gibt offenbar 3 Möglichkeiten.

Man kann die Kalotte der (unverformten) Prüfkugel (Durchmesser $D = \frac{2}{\rho_2}$) zugrunde legen, oder diejenige des plastischen Eindrucks (Durchmesser $\frac{2}{\rho_1}$), oder schließlich die während der Belastung vorhandene Berührungsfläche, von der freilich nicht bekannt ist, ob sie ebenfalls Kugelgestalt hat bzw. wenn nicht, in welcher Form, und in welchem Fall ist, welcher Krümmungsradius ihr zuzuschreiben ist. Aus diesem Grunde scheidet die letzte Möglichkeit aus.

Eine auf der zweiten Möglichkeit sich gründende Härte-Definition ist, wie leicht zu zeigen ist, identisch mit der MEYER-Härte H_M , solange Bedingung (7b) erfüllt ist. Die so zu definierende Härte wäre nach (8)

$$(9b) \text{ gleich } \frac{P \rho_1}{\pi 2 \alpha_{pl}}, \text{ was aber nach (7a) identisch mit } H_M = \frac{P}{\pi a^2} \text{ ist.}$$

Die auf die Kalotte der unverformten Prüfkugel gegründete Härte-Definition ist die von BRINELL ursprünglich eingeführte Härte-Definition, und zwar hierbei O nach (9a) aus dem Radius des plastischen Eindrucks zu bestimmen. Wir wollen die so definierte Härte mit H_B bezeichnen:

$$H_B = \frac{P}{\frac{\pi}{2} D^2 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{(2a)^2}{D^2}} \right)} \quad \text{mit } D = \frac{2}{\rho_2} \quad (10)$$

Entsprechend (9b) hat man bei manchen in der Praxis gebräuchlichen Härtemeßmaschinen Methoden entwickelt, um O aus der Eindringtiefe zu ermitteln. Nun haben wir aber 2 Eindringtiefen zu unterscheiden (s. Abb. 1), die Gesamteindringtiefe α_g und die bleibende Eindringtiefe α_{pl} . Es gibt Maschinen zur Messung von α_g und solche zur Messung von α_{pl} . Entsprechend (9b) sind 2 Möglichkeiten einer Härte-Definition gegeben, nämlich

$$H'_B = \frac{P}{\pi D \alpha_{pl}}, \quad (11)$$

$$H''_B = \frac{P}{\pi D \alpha_g} \quad (12)$$

Beide stimmen nicht mit der Definition (10) überein, da beide Eindringtiefen Kugelkalotten angehören (bei (12) ist es nicht sicher), deren Radius größer als derjenige der Prüfkugel ist (s. Abb. 1).

Wir werden aber sehen, daß alle 3 Definitionen (10), (11) und (12) brauchbar und grundsätzlich gleichwertig sind. Aus meßtechnischen Gründen ist der Definition (10) der Vorzug zu geben. Alle 3 Härte-Definitionen (10), (11) und (12) erweisen sich als abhängig von der Prüflast und vom Radius der Prüfkugel. Wir werden für sie, ähnlich wie dies in I für die MEYER-Härte H_M geschehen ist, eine Formel für die Abhängigkeit von der Prüflast P ableiten. In diesen Formeln tritt ebenfalls wie bei der MEYER-Härte die Konstante H_∞ auf. Sie läßt sich ebenfalls wie bei der MEYER-Härte aus den bei endlicher Prüflast ermittelten Härte-Definitionen berechnen.

Die Härte H_B :

Für die Abhängigkeit von H_B (10) von der Prüflast P folgt aus (1), (4) und (6a):

$$H_B = \frac{P}{\pi \frac{D^2}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4a^2}{D^2}} \right]} = \frac{P}{\pi \frac{D^2}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4P}{\pi D^2 H_\infty} \left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)^{2/3}} \right]} \quad (10a)$$

Damit berechnet sich H_∞ aus dem bei der Prüflast P gemessenen H_B zu

$$H_\infty = H_B \frac{\left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)^{2/3}}{1 - \frac{P}{\pi D^2 H_B}} \quad (13)$$

Die Härte H'_B :

Nach (11) und (7c) ergibt sich für die Lastabhängigkeit von H'_B :

$$H'_B = \frac{H_\infty}{\left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)^{2/3} \left[1 - \frac{\frac{CD}{2}}{P^{1/2} \left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)} \right]} \quad (11a)$$

d. h. H_∞ errechnet sich aus der bei der Last P ermittelten Härte H'_B zu

$$H_\infty = H'_B \left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)^{2/3} \left[1 - \frac{\frac{CD}{2}}{P^{1/2} \left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)} \right] \quad (14)$$

Die Härte H''_B :

Die in (12) eingehende Gesamteindringtiefe α_g ergibt sich nach (1), (4), (7c) und (6)

zu $\alpha_g = \alpha_{el} + \alpha_{pl} =$

$$= \frac{P}{\pi D H_\infty} \left[\left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)^{2/3} + \frac{\frac{CD}{2}}{P^{1/2} \left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)^{1/3}} \right] \quad (15)$$

und damit

$$H'_B = \frac{H_\infty}{\left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)^{2/3} + \frac{\frac{CD}{2}}{P^{1/2} \left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)^{1/3}}} \quad (12a)$$

Aus dem bei der Prüflast P gemessenen H'_B -Wert ergibt sich somit:

$$H_\infty = H'_B \left[\left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)^{2/3} + \frac{\frac{CD}{2}}{P^{1/2} \left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)^{1/3}} \right] \quad (16)$$

Die Gleichungen (15), (12a) und (16) gelten natürlich entsprechend der Bedingung (7b) nicht für beliebig große Lasten.

Man sieht also, daß alle 3 Brinellhärtedefinitionen brauchbar sind. Aus jeder kann nach (13) bzw. (14) bzw. (16) die neue Härte H_∞ aus den gemessenen Härtewerten berechnet werden. Notwendig dazu ist die Kenntnis der Konstanten C und A .

Bezüglich der Ermittlung der Härten H'_B und H''_B ist jedoch folgende Feststellung von grundlegender Bedeutung. Die von der unverformten Oberfläche aus gemessenen Eindringtiefen α_{pl} und α_g , die in unserer Versuchsanordnung sowie in den meisten anderen Meßgeräten gemessen werden (diese Eindringtiefen

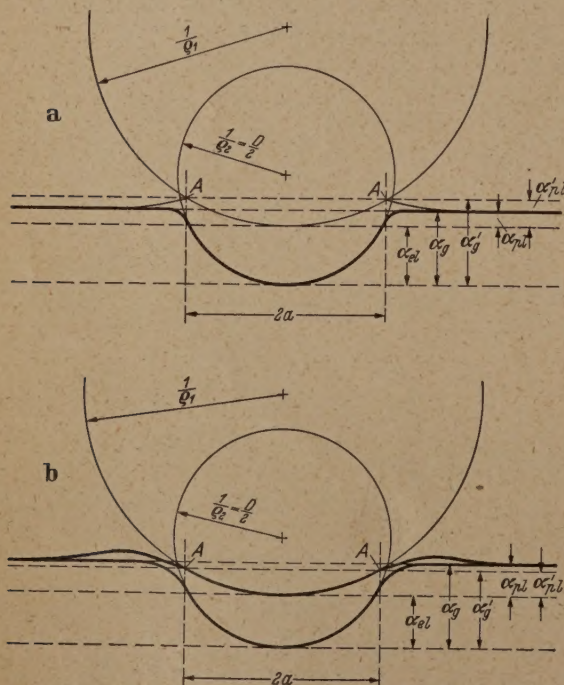


Abb. 2. Schematische Zeichnung der Verformung beim Kugeldruckversuch mit Berücksichtigung des Randwulstes. Fall a) Die Randlinie AA' des bleibenden Eindrucks liegt über der unverformten Oberfläche. Fall b) Die Randlinie AA' des bleibenden Eindrucks liegt unterhalb der unverformten Oberfläche.

sind auch in Abb. 1 eingezeichnet) dürfen nicht zur Berechnung von H'_B bzw. H''_B genommen werden. Das aus dem Eindruck verdrängte Material gibt Anlaß zur Ausbildung eines Randwulstes. Es werden 2 Fälle beobachtet, die in Abb. 2a und b gezeichnet sind. Entsprechend der rein geometrischen Beziehung (7a) sind

in (11) und (12) nicht die von der unverformten Oberfläche aus gemessenen Eindringtiefen α_{pl} und α_g , sondern die vom Randwulst (von den Punkten A) aus zu rechnenden Eindringtiefen α'_{pl} und α'_g einzusetzen. Diese sind der direkten Messung schwer zugänglich. Sie können aber nach (7a) aus dem meßbaren Radius a der Eindrücke berechnet werden. Es folgt für α'_{pl} unter Benutzung von (4):

$$\alpha'_{pl} = \frac{a^2 \varrho_1}{2} = \frac{a^2 \varrho_2}{2} \left[1 - \frac{C}{\varrho_2 P^{1/2} \left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)} \right] \quad (17)$$

$$= \frac{a^2}{D} \left[1 - \frac{\frac{CD}{2}}{P^{1/2} \left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)} \right]$$

Die Unterschiede zwischen α'_{pl} und α_{pl} und entsprechend von α'_g und α_g können beträchtlich sein. Im Falle der Abb. 2a sind die α' größer als die α , im Falle b) kleiner. Beide Fälle kommen vor; ob Fall a) oder b) vorliegt, hängt, wie es scheint, in komplizierter Weise vom Material und vom Radius der Prüfkugel ab. Eine Einsicht in diese Verhältnisse besitzen wir noch nicht.

III. Experimentelle Prüfung der abgeleiteten Gesetzmäßigkeiten.

Es sollen im folgenden an denselben Materialien, an denen die in I entwickelten Gesetzmäßigkeiten ge-

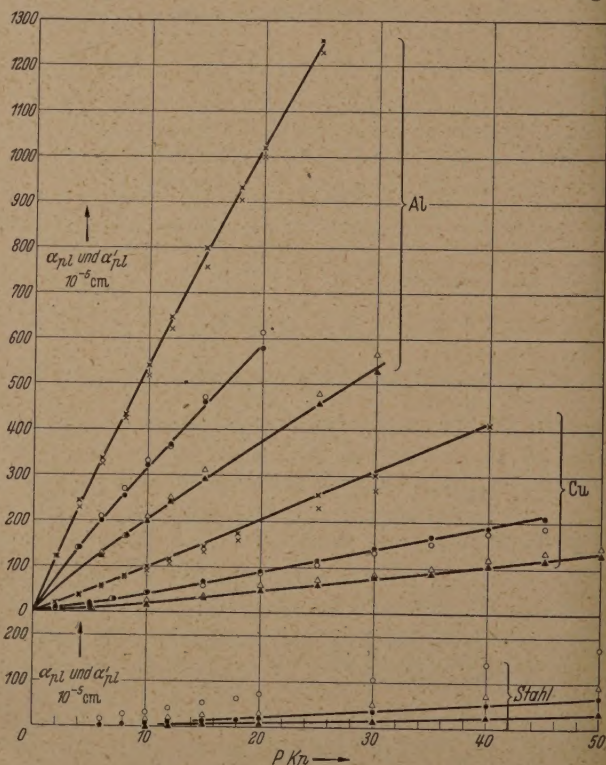
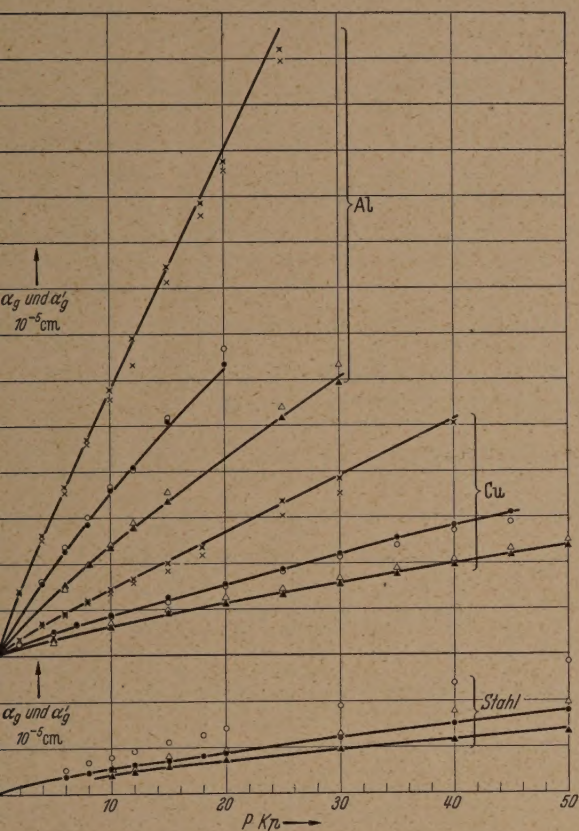


Abb. 3. α_{pl} und α'_{pl} in Abhängigkeit von der Last P für Al, Cu und Stahl.
 \times und \times Meßpunkte für α_{pl} bzw. α'_{pl} mit 3 mm-Stahlkugel.
 \circ und \bullet Meßpunkte für α_{pl} bzw. α'_{pl} mit 6 mm-Stahlkugel.
 \triangle und \blacktriangle Meßpunkte für α_{pl} bzw. α'_{pl} mit 10 mm-Stahlkugel.
 Ausgezogene Kurven = theoretische Kurven (7c).

prüft worden sind, auch die in dieser Untersuchung abgeleiteten Beziehungen geprüft werden.

Die Abb. 3 enthält die gemessenen Eindringtiefen α_{pl} , sowie die nach (17) aus den Eindruckradien a berechneten Eindringtiefen α'_{pl} in Abhängigkeit von der

last P . Die Abb. 4 gilt für α_g und α'_g . Die ausgezogenen Kurven sind die theoretischen Kurven (7c) (15). Die Unterschiede zwischen α und α' sind Al und Cu, wo der bleibende Anteil der Eindringtiefe größer ist als der elastische Anteil, prozentual ältismäßig klein. Bei Stahl sind sie ganz be-
tlich. Hier überwiegt der elastische Anteil der ringtoniefe. Es liegt bei Stahl der Fall der Abb. 2b
Bei Al und Cu ergibt sich für die 3 mm-Kugel
Randwulst nach Abb. 2a, während sich bei den
drücken mit der 10 mm-Kugel ein solcher nach
2b ausbildet.



4. α_g und α'_g in Abhängigkeit von der Last P für Al, Cu und Stahl.
x und * Meßpunkte für α_g bzw. α'_g mit 3 mm-Stahlkugel.
o und • Meßpunkte für α_g bzw. α'_g mit 6 mm-Stahlkugel.
Δ und ▲ Meßpunkte für α_g bzw. α'_g mit 10 mm-Stahlkugel.
Ausgezogene Kurven = theoretische Kurven (15).

Das in I mitgeteilte Ergebnis, daß im ganzen Last-
bereich α_{pl} proportional zur Prüflast (s. die Abb. 3
9 in I) verläuft, d. h., daß $\alpha_{pl} = C_{pl} \cdot P$ ist, ist
in den vorstehenden Überlegungen und Ergebnissen
zufällig anzusehen, dem offensichtlich keine tiefere
Bedeutung zukommt. Ebenso ist die dort in Formel
erwähnte Möglichkeit, die Härte H_∞ aus der
konstanten C_{pl} zu bestimmen, nur dann zutreffend,
wenn $\alpha_{pl} = \alpha'_g$ ist, was aber im allgemeinen nicht der
Fall sein wird. Die von Tabelle 2, Spalte 5 der Ver-
öffentlichung I mitgeteilten Werte für H_∞ , die aus
berechnet wurden, weichen deshalb für Stahl auch
nicht unbedeutend von den aus H_M bestimmten
Werten für H_∞ ab. Für Cu und Al ist diese Abwei-
chung gering, entsprechend den kleineren prozentualen
Unterschieden zwischen α_{pl} und α'_g .
Die Abb. 5, 6 und 7 enthalten die Härten und zwar
teils die Abb. a) die MEYER-Härte H_M , die Abb. b)
BRINELL-Härte H_B , die Abb. c) die BRINELL-
Härte H'_B und Abb. d) die BRINELL-Härte H''_B in

Abhängigkeit von der Prüflast P ; und zwar die Härte-
werte, die mit einer 3 mm-, einer 6 mm- und einer

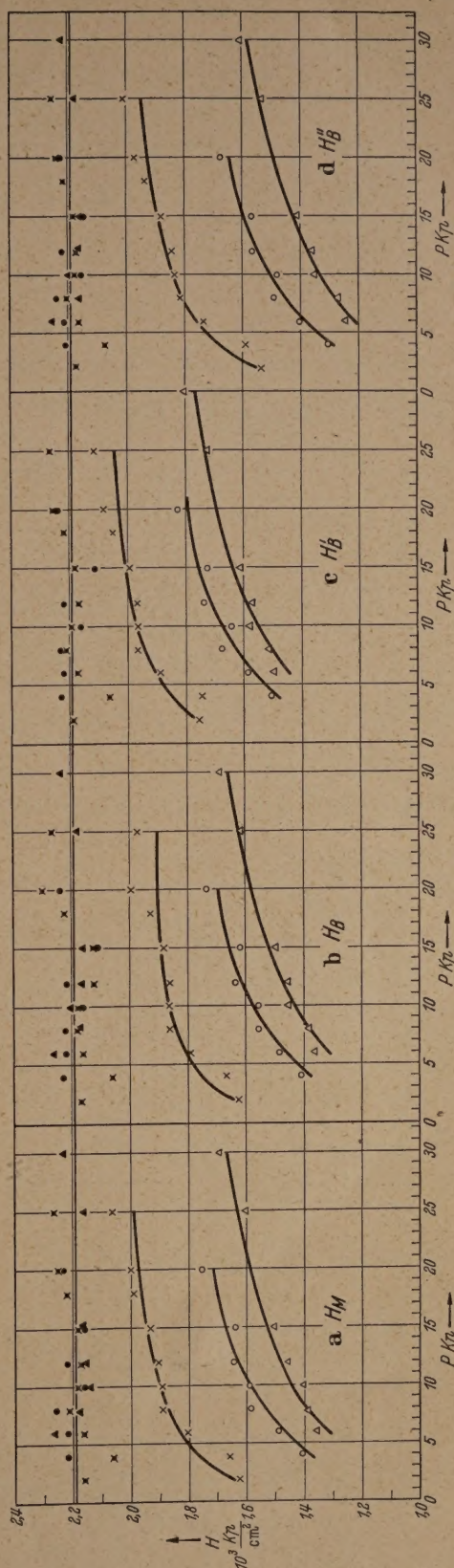


Abb. 5. Die Härten H_M , H_B , H'_B und H''_B in Abhängigkeit von der Last P für Al.
x und * Meßpunkte für H bzw. H_∞ mit 3 mm-Stahlkugel.
o und • Meßpunkte für H bzw. H_∞ mit 6 mm-Stahlkugel.
Δ und ▲ Meßpunkte für H bzw. H_∞ mit 10 mm-Stahlkugel.
Ausgezogene Kurven = theoretische Kurven (6) bzw. (11a) bzw. (12a).

10 mm-Stahlkugel erhalten wurden. Dabei sind ent-
sprechend den obigen Darlegungen über den Einfluß
des Randwulstes zur Berechnung von H'_B und H''_B
nicht die direkt gemessenen Eindringtiefen α_{pl} und α_g
verwendet worden, sondern die indirekt nach (17) aus
dem Radius gewonnenen Eindringtiefen α'_{pl} und α'_g .
Die ausgezogenen Kurven stellen die theoretischen

Kurven (10a), (11a) und (12a) dar. Außerdem sind als ausgefüllte Punkte die von jedem einzelnen Meßpunkt nach (6), (13), (14) und (16) berechneten Werte

für H_∞ eingetragen. Die aus den einzelnen Meßpunkten gebildeten Mittelwerte von H_∞ sind in der Tabelle zusammengestellt. Die zur Berechnung von H_∞ a

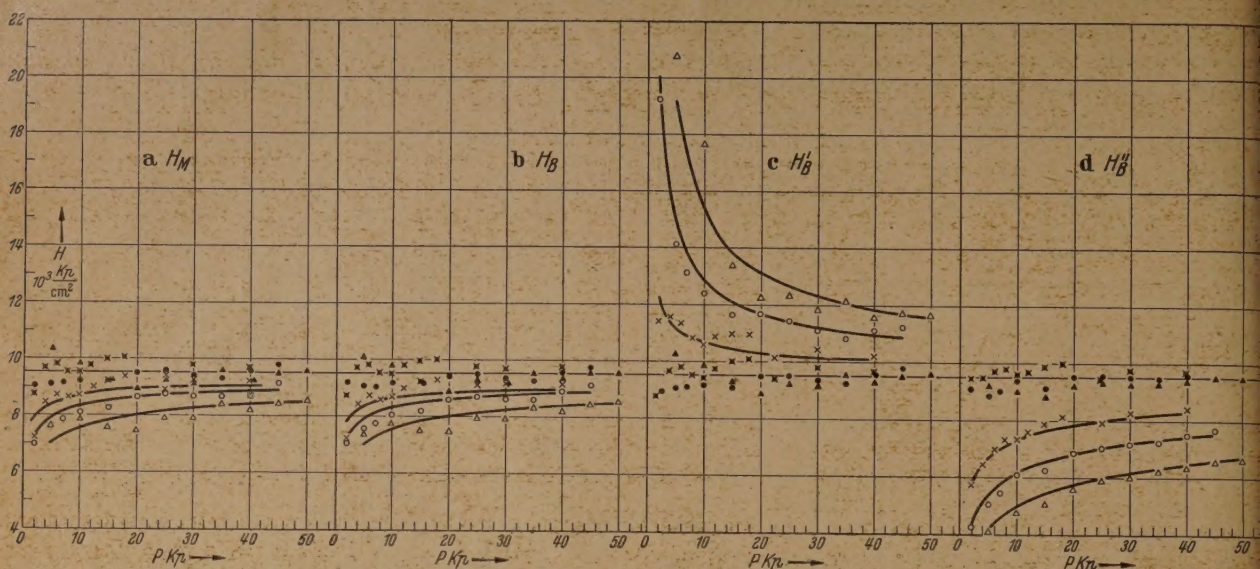


Abb. 6. Die Härten H_M , H_B , H'_B und H''_B in Abhängigkeit von der Last P für Cu.

× und × Meßpunkte für H bzw. H_∞ mit 3 mm-Stahlkugel.

○ und ● Meßpunkte für H bzw. H_∞ mit 6 mm-Stahlkugel.

△ und ▲ Meßpunkte für H bzw. H_∞ mit 10 mm-Stahlkugel.

Ausgezogene Kurven = theoretische Kurven (6) bzw. (10a) bzw. (11a) bzw. (12a).

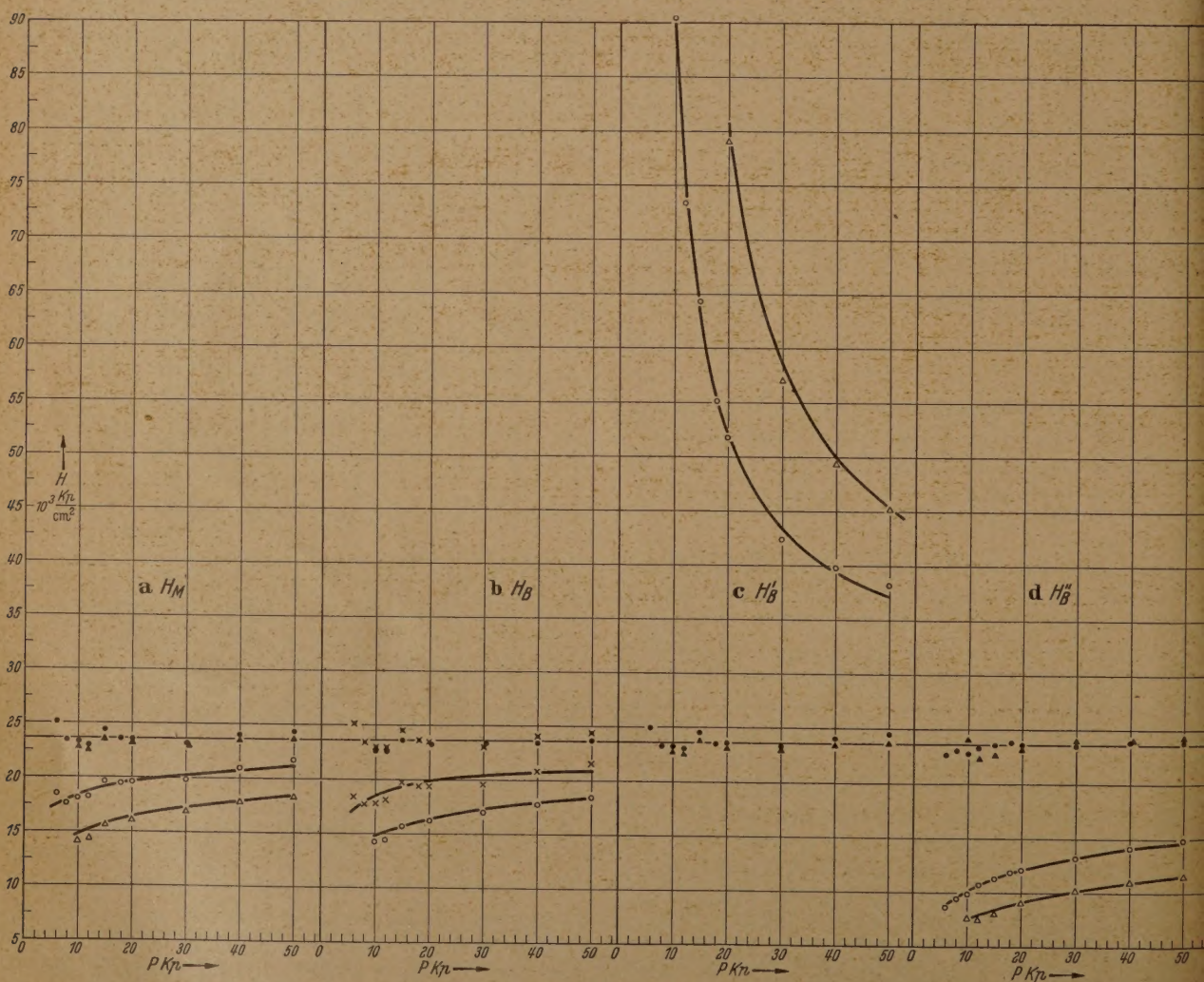


Abb. 7. Die Härten H_M , H_B , H'_B und H''_B in Abhängigkeit von der Last P für Stahl.

× und × Meßpunkte für H bzw. H_∞ mit 3 mm-Stahlkugel.

○ und ● Meßpunkte für H bzw. H_∞ mit 6 mm-Stahlkugel.

△ und ▲ Meßpunkte für H bzw. H_∞ mit 10 mm-Stahlkugel.

Ausgezogene Kurven = theoretische Kurven (6) bzw. (10a) bzw. (11a) bzw. (12a).

(13), (14) und (16) notwendigen Konstanten C A wurden wie in I graphisch ermittelt, indem $\frac{1}{e_1 + e_2}$ entsprechend (4) gegen $P^{1/2}$ aufgetragen wurde (vgl. Abb. 5 in I). Aus der Neigung der ergebenden Geraden erhält man die Konstante C , indem der Achsenabschnitt auf der Ordinatenachse Größe $\frac{A}{C}$ ergibt. Aus C und $(\vartheta_1 + \vartheta_2)$ läßt sich nach (6a) H_∞ berechnen. $(\vartheta_1 + \vartheta_2)$ ergibt sich aus der Neigung der Geraden (2) (s. Abb. 6 in I). Der so berechnete theoretische Wert von H_∞ ist in den Abb. 7 und 8 als horizontale Gerade eingezeichnet, außerdem ist er in Spalte 7 der Tabelle vermerkt. Die Größe

$$\left[\frac{C D}{2 P^{1/2} \left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)^{1/3}} \right]$$

man je nach Material oder < 1 sein, d. h., die Härte H'_B ist dann größer oder $> H_\infty$. Der erstere Fall liegt bei Al vor, der letztere bei Cu und Stahl. Meßtechnisch gesehen ist eine Ermittlung der Härte aus der Eindringtiefe nicht brauchbar, wenn die Anordnung es nicht gestattet, die Eindringtiefe (die gesamte oder die verbleibende) vom Randwulst aus zu erfassen.

Tabelle.

Material	Stahlkugel Ø mm	H_∞ aus H_M 10 ³ Kp/cm ²	H_∞ aus H_B 10 ³ Kp/cm ²	H_∞ aus H'_B 10 ³ Kp/cm ²	H_∞ aus H''_B 10 ³ Kp/cm ²	H_∞ aus (6a) 10 ³ Kp/cm ²
Al	3	2,19	2,18	2,19	2,19	2,19
	6	2,21	2,20	2,21	2,20	2,19
	10	2,18	2,19	2,19	2,19	2,19
Cu	3	9,64	9,70	9,64	9,69	9,52
	6	9,34	9,32	9,32	9,34	9,52
	10	9,46	9,42	9,46	9,26	9,52
Stahl	6	23,8	23,7	23,8	23,4	23,7
	10	23,1	23,2	23,2	23,3	23,7

Die Formeln (7c), (14), (15) und (16) gelten nur, wenn die Bedingung (7b) erfüllt ist. Es ist daher

notwendig zu erwähnen, daß bei den hier mitgeteilten Messungen die Bedingung (7b) hinreichend genau erfüllt ist. Bei Al ist $a^2 \varrho_1^2$ bei der höchsten verwendeten Last 0,15, bei Cu 0,05 und bei Stahl 0,0025.

Zum Schluß sei noch eine weitere Prüfung der auf die HERTZschen Formeln (1) bzw. (2) und die Beziehungen (3) und (4) sich gründenden Überlegungen erwähnt. Aus (1), (3) und (4) folgt

$$\alpha_{el} \left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)^{2/3} = \left(\frac{3}{16} \right)^{1/3} (\vartheta_1 + \vartheta_2)^{1/3} C^{2/3} \cdot a \quad (18)$$

d. h. Proportionalität zwischen $\alpha_{el} \left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)^{2/3}$ und a .

Die Abb. (8) zeigt das Ergebnis der Prüfung dieser

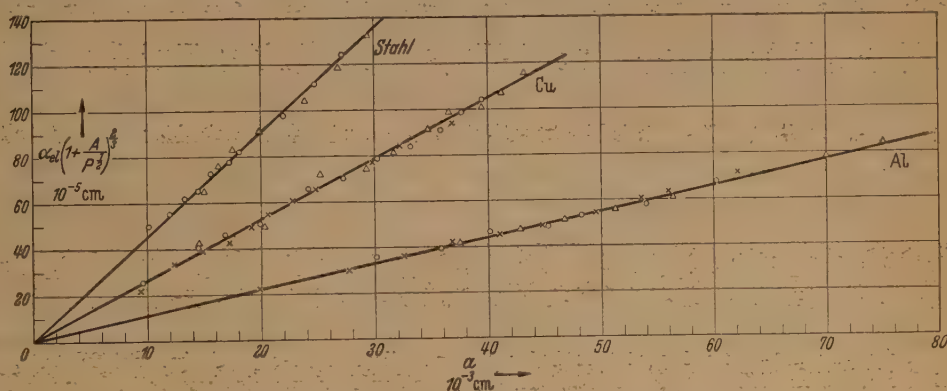


Abb. 8. $\alpha_{el} \left(1 + \frac{A}{P^{1/2}} \right)^{2/3}$ in Abhängigkeit vom Radius der Berührungsfläche a für Al, Cu und Stahl.
x, o, Δ Meßpunkte mit 3 mm-, bzw. 6 mm- bzw. 10 mm-Stahlkugel.

Beziehung für die drei untersuchten Metalle Al, Cu und Stahl.

Zusammenfassung.

Es werden 4 verschiedene mögliche Definitionen der BRINELL-Härte angegeben. Sie sind alle grundsätzlich brauchbar und gleichwertig. Alle erweisen sich abhängig von der Prüflast und vom Radius der Prüfkugel. Es werden für sie Formeln für die Abhängigkeit von der Prüflast angegeben, welche alle die Konstante H_∞ enthalten. Die Formeln beschreiben gut die Messungen. Eine Bestimmung der Härte, die auf der Messung der Eindringtiefe beruht — sei es auf der bleibenden, sei es auf der gesamten — ist nur dann brauchbar und einwandfrei, wenn die Eindringtiefe vom Randwulst aus gemessen wird.

Literatur. [1] KAPPLER, E.: Z. angew. Physik 1, 564 (1949). — [2] TABOR, G.: Proc. Roy. Soc. [London] Ser. A 192, 247 (1948).

Prof. Dr. EUGEN KAPPLER, (21a) Münster (Westf.)
Physikalisches Institut der Universität, Robert Kochstraße 31.

Theorie der ebenen Ringspalt-Antenne*.

VON J. MEIXNER und W. KLOEPFER.

(Aus dem Institut für theoretische Physik der Technischen Hochschule Aachen.)

Mit 12 Textabbildungen.

(Eingegangen am 15. Januar 1951.)

1. Das Problem.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist, den Einfluß des Speisespalt auf die charakteristischen Eigenschaften einer Antenne an einem speziellen Beispiel,

* Herrn Geheimrat J. ZENNECK zum 80. Geburtstag gewidmet.

das auch für sich von Interesse ist, zu untersuchen. Die Bedeutung des Speisespalt liegt darin, daß die von der Antenne ausgestrahlte Energie nur vom Spalt ausgeht, während an den leitenden Teilen der Antennen der Energiestrom praktisch an der Oberfläche der Antenne entlang verläuft. Dies gilt sogar exakt

im Falle einer Antenne mit vollkommen leitender Oberfläche. Dann steht der elektrische Vektor senkrecht auf der Antennenoberfläche und hieraus folgt unmittelbar, daß der POYNTINGSche Vektor keine Komponente senkrecht zur Oberfläche besitzt, d. h. daß aus der Oberfläche der Antenne keine Energie austritt. Es ist daher einleuchtend, daß die Lage und die Breite des Speisespaltes einen wesentlichen Einfluß auf die charakteristischen Eigenschaften einer Antenne hat, und daß in der theoretischen Behandlung einer Antenne gerade bei Idealisierungen hinsichtlich des Speisespaltes Vorsicht angebracht ist. Wohl zeigt sich, daß die Breite des Speisespaltes das Strahlungsdiagramm nicht stark beeinflußt; dieses wird vielmehr wesentlich durch die Lage des Speisespaltes und die Gestalt der Antenne bestimmt. Dagegen ist die Breite des Speisespaltes von entscheidendem Einfluß auf den Blindleitwert der Antenne am Speisespalt.

Spezielle und allgemeinere Beispiele von solchen Antennen sind in der letzten Zeit mehrfach behandelt worden. So haben STRATTON und CHU [1] die Strahlung eines Zylinders, einer Kugel und eines Rotationsellipsoids untersucht, welche durch einen Spalt senkrecht zu den Mantellinien bzw. längs des Äquators unterbrochen sind; zwischen den beiden Ufern des Spaltes wirkt eine periodische Spannung. Zur Vereinfachung der mathematischen Behandlung nehmen sie die Spaltbreite als verschwindend klein an. Dadurch kommen sie jedoch für den Blindleitwert zu falschen Ergebnissen, wie INFELD [2] bemerkt hat. INFELD hat die Theorie von STRATTON und CHU verbessert, indem er eine nicht verschwindende Spaltbreite zugrunde legte. Über das erregende Feld im Spalt machte er zwei verschiedene Annahmen; die eine Annahme entspricht einem homogenen Feld im Spalt, während nach der anderen Annahme das elektrische Feld in der Mitte des Spaltes konzentriert ist; dies dürfte den wirklich vorliegenden Verhältnissen wenig entsprechen, und es wäre zu untersuchen, welcher Fehler in den Ergebnissen durch diese zweite Annahme entsteht. Erwähnt seien auch zwei allgemeinere Arbeiten von ALBERT und SYNGE [3] und von SYNGE [4] über rotationssymmetrische Antennen mit einem senkrecht zur Rotationsachse verlaufenden Spalt. Doch wollen wir auf diese und eine Reihe anderer Arbeiten zur Antennentheorie nicht eingehen, da sie unser Problem nicht unmittelbar berühren.

Im folgenden soll eine Antenne behandelt werden, die aus einer unendlich ausgedehnten vollkommen leitenden Ebene durch Herausschneiden eines Kreises entsteht. An den beiden Ufern des so entstehenden Ringspaltes, dessen Breite als klein gegen die Wellenlänge vorausgesetzt wird, sei eine harmonische Wechselspannung der Frequenz ω angelegt. Der Generator, der diese erzeugt, sei auf einer Seite der Ebene angebracht. Die Zuleitung erfolge etwa so wie in Abb. 1 angedeutet. Für eine solche Antenne werden unter Zugrundelegung der MAXWELLSchen Gleichungen das Strahlungsdiagramm, die gesamte abgestrahlte Energie, die auf der Ebene erzeugte Stromverteilung, der Wirk- und Blindleitwert in Abhängigkeit von der Wellenlänge, der Spaltbreite und der Feldverteilung im Spalt berechnet.

Die physikalischen und geometrischen Eigenschaften solcher Ringspaltantennen legen manche Anwen-

dungsmöglichkeiten nahe. Die in einer horizontalen Ebene angebrachte Ringspaltantenne stellt einen vertikal polarisierten Rundstrahler dar, dessen Strahl

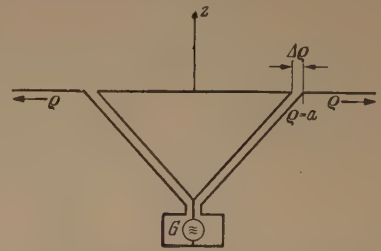


Abb. 1. Die Ringspaltantenne in der unendlichen Ebene und ihre Anregung (schematisch). Die Abbildung stellt einen Schnitt durch die z-Achse dar.

lungsdiagramm bei Wellenlängen, die gleich dem Ringdurchmesser oder größer sind, annähernd gleich dem einer gegen die Wellenlänge hinreichend kurzen vertikalen Stabantenne ist. Eine Ringspaltantenne wird man also dann mit Vorteil verwenden können, wenn es sich darum handelt, mit geringen vertikalen Abmessungen die Wirkung einer langen Vertikalantenne zu erzielen. Ein solcher Fall liegt z. B. bei Längswellenantennen vor. Auf eine andere Anwendungsmöglichkeit, den Einbau im Dache eines Kraftwagens, hat RHODES [5] hingewiesen; dadurch läßt sich die zwar in elektrischer Hinsicht ausgezeichnete, aber wegen ihrer Größe und ihres Aussehens manchmal unerwünschte Stabantenne vermeiden. Bei sehr schnellen Fahrzeugen hat eine solche Antenne den Vorteil, daß sie keinen zusätzlichen Luftwiderstand bietet (etwa eine Ringspaltantenne in der Tragfläche eines Flugzeugs).

Ist die leitende Ebene außerhalb des Ringspaltes nur endlich ausgedehnt wie bei der Ringspaltantenne im Dache eines Kraftwagens, so werden die oben erwähnten Ergebnisse für die unendlich ausgedehnte Ebene nicht mehr zutreffen. Um Anhaltspunkte für diesen Fall zu gewinnen, wird im folgenden auch noch eine Antenne in Gestalt eines sehr flachen Rotationsellipsoids, welche auf einer Seite einen Ringspalt besitzt, untersucht. Ihre Eigenschaften kommen den Meßergebnissen von RHODES an der Ringspaltantenne im Kraftwagen recht nahe.

Ein besonderes praktisches Problem, auf das in diesem Rahmen nicht näher eingegangen werden kann, stellt allerdings die Anpassung der vom Generator zum Speisespalt führenden Energieleitung an den Eingangsleitwert der Antenne dar.

2. Berechnung des elektromagnetischen Feldes der ebenen Ringspaltantenne.

Wir führen zunächst folgende Bezeichnungen ein. Im Mittelpunkt des Ringspaltes sei der Ursprung eines cartesischen Koordinatensystems, dessen x - und y -Achse in der Antennenebene liegen. In dieser Ebene führen wir ebene Polarkoordinaten

$$x = \rho \cos \varphi, \quad y = \rho \sin \varphi \quad (1)$$

und im Raum Kugelkoordinaten

$$x = r \sin \vartheta \cos \varphi, \quad y = r \sin \vartheta \sin \varphi, \quad z = r \cos \vartheta \quad (2)$$

ein. Die Ufer des Ringspaltes seien durch $\rho = a - \Delta \rho$ und $\rho = a$ gegeben. Auf der einen Seite mit $z < 0$ liege

Antennenzuleitung, für $z \geq 0$ soll das elektromagnetische Feld berechnet werden. Es muß folgenden Bedingungen genügen:

1. Auf der vollkommen leitenden Ebene ist $\mathfrak{E}_{\text{tang}}$, d. h. $E_x = E_y = 0$.

2. Im Ringspalt bedeuten E_x und E_y die Komponenten der erregenden elektrischen Feldstärke; ihre Verteilung sei radial und wir setzen demgemäß

$$E_x = E_\varrho(\varrho) \cos \varphi, \quad E_y = E_\varrho(\varrho) \sin \varphi \quad (a - \Delta\varrho < \varrho < a), \quad (3)$$

als bekannt angenommen sei; die Zeitabhängigkeit von $E_\varrho(\varrho)$ sei durch $e^{i\omega t}$ gegeben. Mit

$$U = \int_{a-\Delta\varrho}^a E_\varrho(\varrho) d\varrho \quad (4)$$

bezeichnen wir die angelegte Spannung.

3. Für $z \geq 0$ genügt das elektromagnetische Feld den MAXWELLSchen Gleichungen.

4. Für alle $z \geq 0$ ist das elektromagnetische Feld endlich, außer eventuell an den beiden Ufern des Spaltes; dort kann es in solcher Weise unendlich werden, wie es durch die Kantenbedingung (MEIXNER [6] allgemeiner MAUE [7]) zugelassen ist.

5. In großer Entfernung genügt das elektromagnetische Feld der Ausstrahlungsbedingung, d. h. es stellt sich vom Ringspalt weglaufende elektromagnetische Wellen dar.

Durch diese Bedingungen ist das elektromagnetische Feld eindeutig bestimmt. Aus Symmetriegründen läßt sich über seine Struktur sagen, daß die magnetischen Feldlinien Kreise um die z -Achse sind, d. h. die H_φ -Komponente ist im allgemeinen von Null verschieden; die elektrische Feldstärke hat eine verwindende φ -Komponente. Alle Feldstärkenkomponenten hängen nur von r und ϑ ab.

Die x -Komponente der elektrischen Feldstärken an einem Punkte P läßt sich durch

$$E_x(P) = - \iint E_x(x_Q, y_Q, 0) \frac{\partial}{\partial z_P} \frac{e^{-ikR}}{R} dx_Q dy_Q \quad (5)$$

drücken. k ist die Wellenzahl $= \omega \sqrt{\varepsilon \mu}$. Ein entsprechender Ausdruck gilt für $E_y(P)$. Hierin sind $x_Q, y_Q, 0$ die Koordinaten des Integrationspunktes Q , R ist der Abstand der Punkte P und Q . Für $E_z(P)$ gilt

$$2\pi E_z(P) = - \iint \frac{e^{-ikR}}{R} \frac{\partial E_z}{\partial z_Q} dx_Q dy_Q, \quad (6)$$

wegen $\text{div } \mathfrak{E} = 0$ ist somit auch $E_z(P)$ durch die Werte von E_x und E_y in der Ebene $z = 0$ dargestellt. Die beiden Integraldarstellungen sind mit dem bekannten RAYLEIGH verknüpft; sie spielen auch in der Beugungstheorie eine große Rolle.

Mit Hilfe der MAXWELLSchen Gleichung $i\omega \varepsilon \mathfrak{E} = \text{rot } \mathfrak{H}$ (ε = absolute Dielektrizitätskonstante) gewinnt man hieraus nach einigen Rechnungen

$$H_\varphi = i\omega \varepsilon \iint \frac{e^{-ikR}}{R} E_\varrho(\varrho) \cos(\varphi - \psi) \varrho d\varrho d\psi, \quad (7)$$

bei

$$R^2 = r^2 - 2r\varrho \sin \vartheta \cos(\psi - \varphi) + \varrho^2. \quad (8)$$

Strahlungsdiagramm und abgestrahlte Leistung.

Wir berechnen zunächst das Magnetfeld in großer Entfernung vom Ringspalt. Da die Integration in (7) über den Spalt $a - \Delta\varrho \leq \varrho \leq a$ zu erstrecken ist,

gilt somit $r \gg \varrho$ und es folgt aus (8)

$$R = r - \varrho \sin \vartheta \cos(\psi - \varphi) \quad (9)$$

mit einer Vernachlässigung, die für genügend große r beliebig klein wird. (9) wird in die Exponentialfunktion in (7) eingesetzt, den Nenner R kann man in gleicher Näherung durch r ersetzen. Dann läßt sich das Integral über ψ durch eine BESSEL-Funktion darstellen und es entsteht

$$H_\varphi = -\omega \varepsilon \frac{e^{-ikr}}{r} \int_{a-\Delta\varrho}^a J_1(k\varrho \sin \vartheta) E_\varrho(\varrho) \varrho d\varrho. \quad (10)$$

Bei sehr schmalen Spalt und homogenem Feldverlauf im Spalt ergibt sich hieraus unter Berücksichtigung von (4) in guter Näherung (Ω = Ohm)

$$H_\varphi = -\frac{U}{120\pi\Omega} \frac{e^{-ikr}}{r} k \left(a - \frac{\Delta\varrho}{2}\right) J_1\left(k\left(a - \frac{\Delta\varrho}{2}\right) \sin \vartheta\right). \quad (11)$$

Das Strahlungsdiagramm der magnetischen Feldstärke ist in den Abbildungen 2, 3 und 4 für $ka = \frac{2\pi a}{\lambda} = 2$ bzw. 6 bzw. 10 (λ = Wellenlänge) für verschwindende Spaltbreite und für die Spaltbreite $\Delta\varrho = 0,1 \cdot a$ dargestellt. Der Einfluß der Spaltbreite steigt mit wachsenden Werten von ka und von ϑ an. Für hinreichend kleine ka wird, wenn man von einer Reihenentwicklung der BESSEL-Funktion nur das erste Glied berücksichtigt,

$$H_\varphi \approx -\frac{U}{240\pi\Omega} \frac{e^{-ikr}}{r} k^2 a^2 \sin \vartheta. \quad (12)$$

Die Ringspaltantenne liefert daher in diesem Fall dasselbe Strahlungsdiagramm wie eine kurze und zu ihrer Ebene senkrechte Linearantenne.

Für die abgestrahlte Leistung ergibt sich aus (11) in bekannter Weise mit Hilfe des komplexen POYNTINGschen Vektors durch Integration über alle Raumrichtungen

$$\left. \begin{aligned} N_w &= 2\pi r^2 \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} H_\varphi^* \cdot H_\varphi \sin \vartheta d\vartheta \\ &= \frac{U_e^2}{60\Omega} \int_0^{\pi/2} \left[k \left(a - \frac{\Delta\varrho}{2}\right) \right]^2 J_1^2 \left(k \left(a - \frac{\Delta\varrho}{2}\right) \sin \vartheta\right) \times \sin \vartheta d\vartheta \\ &= \frac{U_e^2}{60\Omega} k^2 \left(a - \frac{\Delta\varrho}{2}\right)^2 \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+3}^2(k(2a - \Delta\varrho)). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Ihr numerischer Wert kann aus Abb. 6 entnommen werden.

4. Die Stromverteilung auf der leitenden Ebene.

Die Bedingung der vollkommenen Leitfähigkeit der Antennenebene bedeutet, daß das magnetische Feld für $z \geq 0$ durch die Antennenebene abgeschirmt wird. Dies bedingt eine Flächenstromdichte. Sie hat aus Symmetriegründen nur eine radiale Komponente, welche nur von ϱ abhängt und ist mit dem Magnetfeld so verknüpft, daß

$$j(\varrho) = -H_\varphi|_{z=0}. \quad (14)$$

Wir berechnen $j(\varrho)$, indem wir in (7) und (8) $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ setzen. Zur Auswertung des Integrals machen wir von

der Reihenentwicklung

$$\left. \begin{aligned} \frac{e^{-ikR}}{R} &= -\frac{i\pi}{2} (r\rho)^{-1/2} \sum_{m=0}^{\infty} (2m+1) J_{m+1/2}(kr) \\ &\times H_{m+1/2}^{(2)}(k\rho) P_m(\cos(\psi-\varphi)) \quad \text{für } r < \rho \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

und entsprechend für $r > \rho$ Gebrauch.

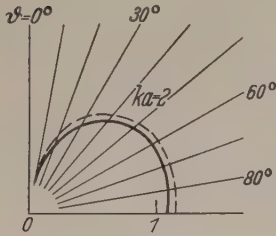


Abb. 2.

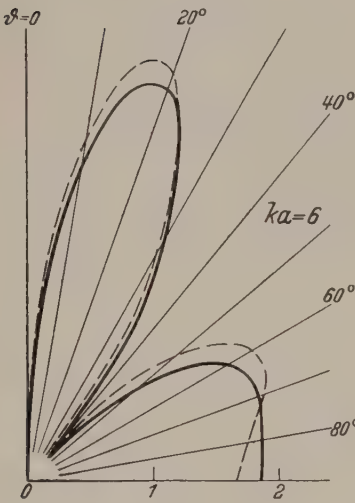


Abb. 3.

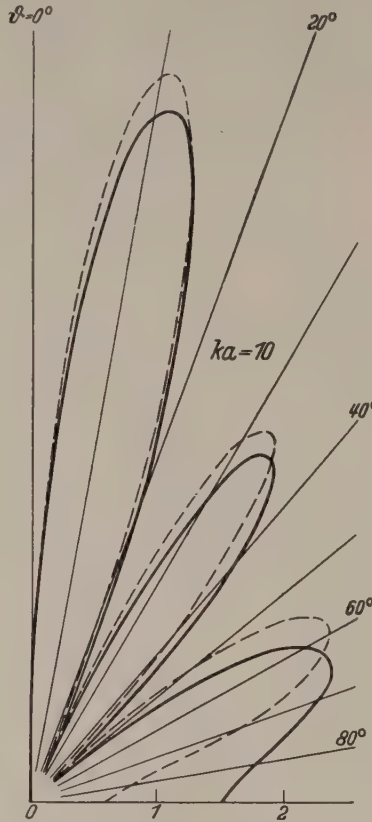


Abb. 4.

Abb. 2-4. Strahlungsdiagramm der magnetischen Feldstärke für die Ringspaltantenne in der unendlichen Ebene. Aufgetragen ist $re^{ikr} \cdot 120 \pi \text{ Ohm} \cdot H_\varphi / U$.
----- Spaltbreite $\Delta\rho = 0$, ——— Spaltbreite $\Delta\rho = 0,1a$.

Die Integration nach ψ läßt sich dann mittels der Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{2\pi} P_{2n+1}(\cos\psi) \cos\psi d\psi &= 2\pi \binom{2n}{n} \binom{2n+2}{n+1} 2^{-4n-2} \\ \int_0^{2\pi} P_{2n}(\cos\psi) \cos\psi d\psi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

ausführen. Gehen wir noch zum Gesamtstrom $I(r) = 2\pi r j(r)$ durch einen Kreis vom Radius r über, so ergibt sich schließlich

$$\left. \begin{aligned} I(r) &= -\frac{k}{30\Omega} \sqrt{r} \int_{\Delta\rho} E_\rho(\rho) \sqrt{\rho} d\rho \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n} J_{2n+3/2}(kr) H_{2n+3/2}^{(2)}(k\rho) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

für $r \leq a - \Delta\rho$,

$$\left. \begin{aligned} I(r) &= -\frac{k}{30\Omega} \sqrt{r} \int_{\Delta\rho} E_\rho(\rho) \sqrt{\rho} d\rho \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n} J_{2n+3/2}(k\rho) H_{2n+3/2}^{(2)}(kr) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

für $r \geq a$.

Die Koeffizienten a_{2n} sind für $n \leq 8$ aus Tabelle 1 für größere n auf fünf Dezimalen aus ihrer asymptotischen Entwicklung

$$a_{2n} = 1 + \frac{3}{32} \cdot \frac{1}{n^2} - \frac{9}{64} \cdot \frac{1}{n^3} + \frac{327}{2048} \cdot \frac{1}{n^4} - \frac{333}{2048} \cdot \frac{1}{n^5} + \dots$$

zu entnehmen.

Tabelle 1.

n	a_{2n}
0	1,178097
1	1,030835
2	1,012427
3	1,006675
4	1,004158
5	1,002837
6	1,002058
7	1,001561
8	1,001225

Indem wir

$$H_{2n+3/2}^{(2)} \text{ in } J_{2n+3/2} - iJ_{-2n-3/2}$$

aufspalten, zerlegen wir den Strom $I(r)$ in einen Realteil $I_w(r)$ und in einen Imaginärteil $I_b(r)$, d. h. in den Wirkstrom und den Blindstrom. Für den Wirkstrom ergibt sich in guter Näherung, indem wir $\sqrt{\rho} J_{2n+3/2}(k\rho)$ durch den Wert dieses Ausdrucks in der Spaltmitte ersetzen, die einheitliche Formel für $r \leq a - \Delta\rho$ und $r \geq a$

$$\left. \begin{aligned} I_w(r) &= -\frac{k}{30\Omega} \sqrt{r} U \left(a - \frac{\Delta\rho}{2} \right) \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n} J_{2n+3/2}(kr) J_{2n+3/2} \left(k \left(a - \frac{\Delta\rho}{2} \right) \right) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

An den beiden Spalträndern, d. h. für $r = a - \Delta\rho$ bzw. $r = a$ hat der Wirkstrom offenbar nicht genau denselben Wert. Der Unterschied hat seine Ursache in dem Verschiebungsstrom, der aus dem Spalt herausfließt. Er wird um so kleiner, je schmaler der Spalt ist.

5. Berechnung des Wirk- und Blindleitwertes.

Als Wirkleitwert bezeichnen wir das Verhältnis $I_w(a)/U$. Es erübrigt sich, ihn aus (19) zu berechnen; denn er ergibt sich auch ohne weiteres aus der abgestrahlten Leistung (13) zu

$$Y_w = N_w / U_{\text{eff}}^2. \quad (20)$$

Die Berechnung des Blindstromes aus (17) und (18) ist verhältnismäßig einfach für Werte von r , die nicht nahe an einem der Spaltränder liegen. Dann lassen sich die Integrale in (17) und (18) in ähnlicher Weise, wie das oben für ihre Realteile geschehen ist, auswerten; die entstehenden Reihen konvergieren so gut wie die geometrischen Reihen mit den Quotienten $r / (a - \frac{\Delta\rho}{2})$ bzw. $(a - \frac{\Delta\rho}{2}) / r$ und es bedeutet bei schmalen Spalten

keinen wesentlichen Fehler, wenn man $\Delta\rho = 0$ setzt. Ganz anders ist es jedoch, wenn der Blindstrom an einem der Spaltränder auszuwerten ist. Die Reihen

und (18) konvergieren dann um so schlechter, je kleiner der Spalt ist, und für $\Delta\varrho = 0$ nimmt der Blindstrom am Spalttrand den Wert ∞ an. Es gelingt jedoch, den Blindstrom am äußeren Spalttrand

$$\left. \begin{aligned} I_b(a) &= \frac{k}{30\Omega} \sqrt{a} \int_{\Delta\varrho} E_e(\varrho) \sqrt{\varrho} d\varrho \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n} J_{2n+3/2}(k\varrho) J_{-2n-3/2}(ka) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

folgender Weise zu berechnen. Wir schreiben

$$J_{2n} J_{2n+3/2}(k\varrho) J_{-2n-3/2}(ka) = f\left(ka, \frac{\varrho}{a}\right) - g\left(\frac{\varrho}{a}\right), \quad (22)$$

bei

$$\left. \begin{aligned} a, \frac{\varrho}{a} &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[a_{2n} J_{2n+3/2}(k\varrho) J_{-2n-3/2}(ka) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\pi(2n+3/2)} \left(\frac{\varrho}{a}\right)^{2n+3/2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} &= \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+3/2} \left(\frac{\varrho}{a}\right)^{2n+3/2} \\ &= \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1+\sqrt{\varrho/a}}{1-\sqrt{\varrho/a}} - \frac{1}{\pi} \arctg \sqrt{\frac{\varrho}{a}} \\ &= \frac{1}{2\pi} \left(2 \ln 2 - \ln \frac{\sigma}{a} - \frac{\pi}{2} + O\left(\frac{\sigma}{a}\right) \right) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

setzt ist.

Hierin ist $\sigma = a - \varrho$ und $O\left(\frac{\sigma}{a}\right)$ bedeutet einen Ausdruck von der Größenordnung $\frac{\sigma}{a} = \frac{a-\varrho}{a}$. Damit ist für $a - \varrho \ll a$ schlecht konvergente Reihe (28) in ebenso schlecht konvergente, aber geschlossen summierbare Reihe $g\left(\frac{\varrho}{a}\right)$ und in eine mindestens $\sum n^{-2}$ konvergente Reihe $f\left(ka, \frac{\varrho}{a}\right)$ (wie man aus dem asymptotischen Verhalten der BESSEL-Funktionen für große n entnimmt) aufgespalten. Ersetzt man ϱ durch a , so begeht man wieder einen Fehler der Ordnung $\frac{\sigma}{a}$. Wir erhalten somit aus (21)

$$\left. \begin{aligned} I_b(a) &= \frac{k}{30\Omega} \sqrt{a} \int_{\Delta\varrho} E_e(\varrho) \sqrt{\varrho} d\varrho \left[f(ka, 1) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2\pi} \left(2 \ln 2 - \frac{\pi}{2} - \ln \frac{\sigma}{a} \right) + O\left(\frac{\sigma}{a}\right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Der Wert dieses Integrals ist wegen des logarithmischen Gliedes im Integranden stark von der Feldverteilung im Speisespalt abhängig. Wir ermitteln für drei verschiedene Annahmen über die Feldverteilung im Spalt und geben in jedem Falle statt des Blindstromes gleich den Blindleitwert

$$Y_b = -I_b(a)/U \quad (26)$$

1. Sei

$$E_e(\varrho) = \frac{2U}{\pi \cdot \Delta\varrho} \left[1 - \left(\frac{2\sigma}{\Delta\varrho} - 1 \right)^2 \right]^{-1/2} \quad (27)$$

Dies ist das Feld in einem unendlich langen ebenen Spalt, der aus seiner leitenden Ebene herausgeschnitten ist, wenn U der Potentialunterschied zwischen den beiden Spaltwänden ist. Es dürfte einen Grenzfalle des Feldes im Speisespalt für Spaltbacken

mit einem Kantenwinkel von 180° gut annähern. Damit wird

$$-Y_b = \frac{ka}{30\Omega} \left[f(ka, 1) + \frac{2}{\pi} \ln 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{2\pi} \ln \frac{a}{\Delta\varrho} \right] \quad (28)$$

2. Da das Feld an den Spaltwänden wegen der Kanten stets größer sein wird als im Spalt, so bedeutet die Annahme eines homogenen Feldes im Spalt einen anderen Grenzfalle des wirklichen Feldes. Für $E_e(\varrho) = \text{constant}$ im Spalt wird

$$\left. \begin{aligned} -Y_b &= \frac{ka}{30\Omega} \left[f(ka, 1) - \frac{1}{\pi} \ln 2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi} - \frac{1}{2\pi} \ln \frac{a}{\Delta\varrho} \right] \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

3. Die schon erwähnte Annahme von INFELD bedeutet, daß die elektrische Feldstärke nur in der Mitte des Spaltes von Null verschiedene und zwar sehr große Werte hat. Damit wird

$$-Y_b = \frac{ka}{30\Omega} \left[f(ka, 1) - \frac{3}{2\pi} \ln 2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi} \ln \frac{a}{\Delta\varrho} \right] \quad (30)$$

Der Fehler des Inhaltes der eckigen Klammer ist in jedem der drei Fälle von der Größenordnung σ/a auch für größere Werte von ka bis mindestens zu $ka = 10$.

Der letzte Wert (30) liegt um fast ebenso viel außerhalb der als Grenzfälle zu betrachtenden ersten beiden Werte, als sich diese selbst unterscheiden. Die eingangs erwähnte zweite Annahme von INFELD ist also nicht nur aus physikalischen Gründen, sondern auch im numerischen Ergebnis nicht befriedigend.

In allen drei Fällen kommt eine allgemeine Eigenschaft des Integrals (26) zum Ausdruck. Der durch ka dividierte Blindleitwert setzt sich aus drei Anteilen zusammen, von denen der erste mit dem Faktor $f(ka, 1)$ nur von der Wellenlänge, der zweite mit dem Faktor $\ln \frac{a}{\Delta\varrho}$ nur von der relativen Spaltbreite und der dritte nur von der Feldverteilung im Spalt abhängt. Dies gilt für kleine Spaltbreiten. Der Wirkleitwert hängt bei kleinen Spaltbreiten in erster Näherung nur von der Wellenlänge ab, der Einfluß der Spaltbreite und der Feldverteilung im Spalt ist geringfügig, wie oben festgestellt wurde. Es wäre interessant zu untersuchen, ob diese Eigenschaften auch bei anderen Ringspaltantennen, z. B. bei den von STRATTON und CHU behandelten, vorhanden sind.

Ergänzend sei bemerkt, daß auch der Blindleitwert in unserer Näherung für schmale Spalte unabhängig davon ist, ob man ihn aus dem Strom am äußeren oder inneren Spalttrand berechnet.

6. Numerische Ergebnisse.

Die numerische Auswertung des Eingangsleitwertes nach (20) und (28) bzw. (29) bietet keine mathematischen Schwierigkeiten. Die Berechnung der Funktion $f(ka, 1)$, welche in Abb. 5 wiedergegeben ist, wird durch die Tables of Spherical Bessel-Functions [8] sehr erleichtert.

Der Wirkleitwert für verschwindende Spaltbreite ist in Abb. 6 wiedergegeben. Für nicht verschwindende Spaltbreiten erhält man die Wirkleitwerte, in-

dem man jeden Kurvenpunkt der Abb. 6 um $ka \cdot \frac{\Delta q}{2a}$ nach rechts verschiebt. Die dadurch bewirkte Ände-

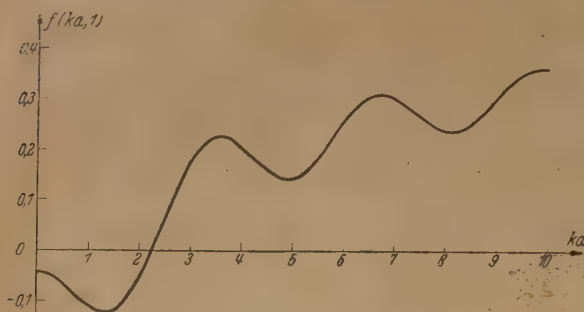


Abb. 5. Die in (23) definierte Funktion $f(ka, 1)$.

rung fällt bei Spaltbreiten $\Delta q \leq 0,1 \cdot a$ nicht sehr ins Gewicht.

Anders ist es beim Blindleitwert, wie Abb. 7 zeigt. Sie enthält für $\frac{\Delta q}{a} = 0,1$ bzw. $0,05$ bzw. $0,02$ jeweils zwei Kurven, von denen die obere dem Wert (28), die

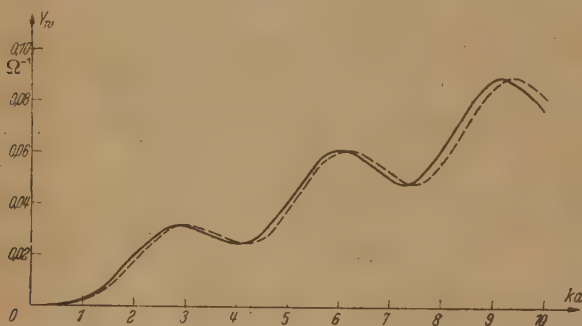


Abb. 6. Speisespalt-Wirkleitwert für die Ringspaltantenne in der unendlichen Ebene in Abhängigkeit von der Wellenlänge $\lambda = 2\pi/k$. — Spaltbreite $\Delta q = 0$, --- Spaltbreite $\Delta q = 0,1a$.

untere dem Wert (29) entspricht. Der wirkliche Wert, der im einzelnen natürlich wesentlich von der Gestalt der Spaltbacken abhängt, wird stets zwischen diesen beiden Kurven liegen. Aus dieser Abbildung geht

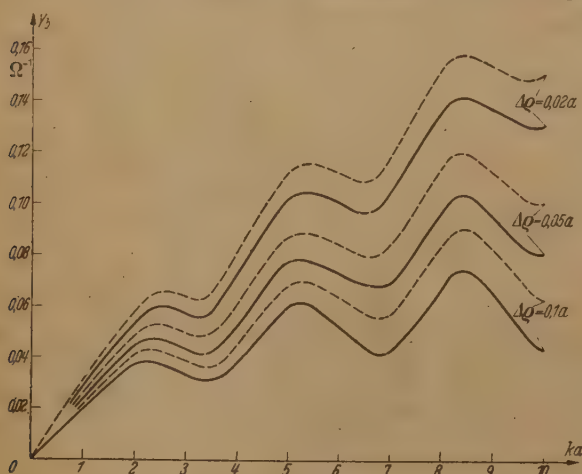


Abb. 7. Speisespaltblindleitwert für die Ringspaltantenne in der unendlichen Ebene in Abhängigkeit von der Wellenlänge für die Spaltbreiten $\Delta q = 0,1a$, $\Delta q = 0,05a$, $\Delta q = 0,02a$. — homogene Feldverteilung im Spalt nach (29), --- Feldverteilung im Spalt nach (28).

deutlich hervor, daß der Blindleitwert mit abnehmender Spaltbreite immer höher steigt, um schließlich für $\Delta q = 0$ unendlich zu werden.

Physikalisch gesehen kommt der endliche Blindleitwert bei nicht verschwindender Spaltbreite durch ein Interferenzphänomen zustande, welches sich hier selbst dann auswirkt, wenn die Breite des Speisespaltes beliebig klein gegen die Wellenlänge ist.

Mit abnehmender Wellenlänge steigen Wirk- und Blindleitwert im Mittel an; charakteristisch sind die Schwankungen im Verlauf der beiden Kurven. Ihre Bedeutung kommt besonders klar zum Ausdruck, wenn wir zur Ortskurvendarstellung des Speisespaltwiderstandes, d. h. des reziproken Wertes von $Y_w + iY_b$ übergehen, die für die Feldverteilung (27) in Abb. 8 dargestellt ist. Die Versetzung der Maxima in

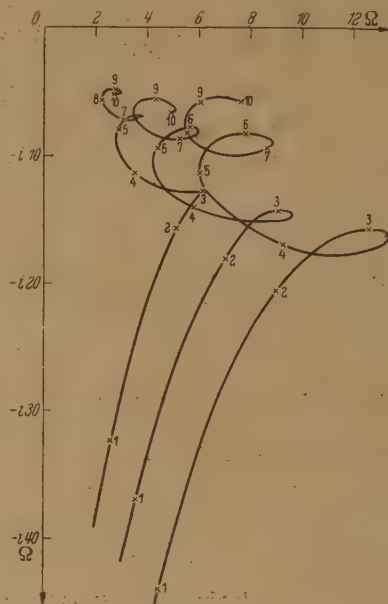


Abb. 8. Ortskurve des Speisespalt-Scheinwiderstandes der Ringspaltantenne in der unendlichen Ebene für die Spaltbreiten $\Delta q = 0,1a$ (rechte Kurve), $\Delta q = 0,05a$ (mittlere Kurve) und $\Delta q = 0,02a$ (linke Kurve). Die Zahlen an den Kurven bedeuten die zu den betreffenden Kurvenpunkten gehörenden Werte von $ka = 2\pi a/\lambda$. Die Feldverteilung im Spalt ist hier nach (27) angenommen.

Abb. 7 gegenüber denen in Abb. 6 bedeutet das Auftreten von Schleifen in der Ortskurve. Im Bereich einer solchen Schleife ändert sich der Speisespaltwiderstand relativ wenig mit abnehmender Wellenlänge, d. h. die Antenne kann in einem ganzen solchen Wellenlängenbereich mit geringer Fehlanpassung auf den erregenden Generator abgestimmt werden; die Antenne verhält sich breitbandig. Mit abnehmender Spaltbreite verschwindet, wie Abb. 7 zeigt, ein Minimum des Blindleitwertes nach dem anderen. Dies bedeutet, wie aus Abb. 8 zu ersehen ist, daß die Schleifen immer schmaler werden, in Spitzen übergehen, während bei noch geringerer Spaltbreite auch diese Spitzen ausgeglättet werden.

Alle Kurven der Abb. 8 verlaufen im vierten Quadranten der komplexen Ebene, d. h. im kapazitiven Bereich.

Die Verteilung des Wirk- und Blindstromes auf der leitenden Ebene ist in den Abb. 9 und 10 für $ka = 2$ und $ka = 10$ dargestellt; als Spaltbreite ist $\Delta q = 0,1a$ angenommen. Besonders bemerkenswert ist die einfache Folgerung aus (18), daß Wirk- und Blindstrom für große r sich wie e^{ikr} verhalten, d. i. je eine harmonische Kurve mit der Wellenlänge λ und einer

seitigen Verschiebung um $\lambda/4$. Die Amplitude ist aber für $r \rightarrow \infty$ konstant. Es fließen also noch beliebigiger Entfernung vom Ringspalt Ströme von derselben Größenordnung wie in der Nähe des Ringes; die Amplitude der Stromdichte nimmt allerdings wie $1/r$ ab.

Abb. 9 und 10 stellen wegen (14) gleichzeitig magnetische Feldstärke $H_\varphi(\varrho)$ (genauer gesagt

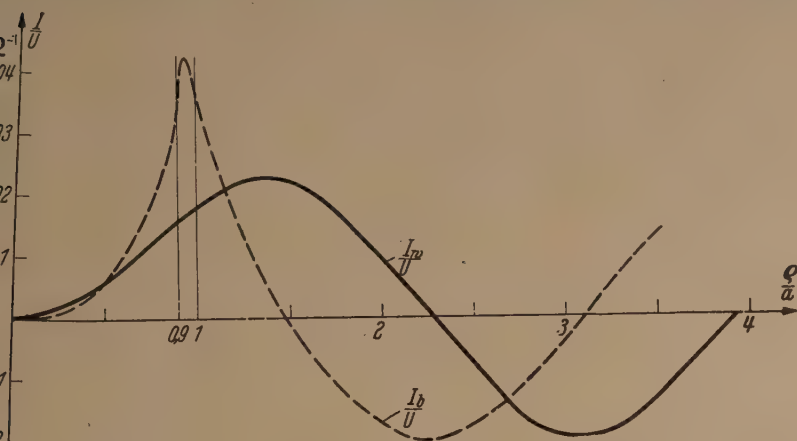


Abb. 9. Wirkstrom (—) und Blindstrom (---) auf der unendlichen Ebene der Ringspaltantenne in Abhängigkeit vom Abstand ϱ vom Mittelpunkt. Spaltbreite $\Delta\varrho = 0,1a$; $ka = 2$. Homogene Feldverteilung im Spalt.

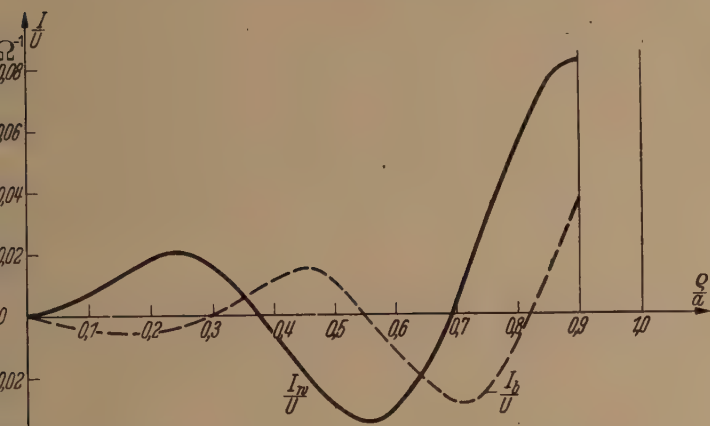


Abb. 10. Wirkstrom (—) und Blindstrom (---) der Ringspaltantenne auf der unendlichen Ebene, der vom Spalt umgeben wird, in Abhängigkeit vom Abstand ϱ vom Mittelpunkt. Spaltbreite $\Delta\varrho = 0,1a$; $ka = 10$. Homogene Feldverteilung im Spalt.

$H_\varphi(\varrho)$ dar. Ihr Realteil im Ringspalt ergibt sich, wenn man die Kurve des Wirkstromes durch den Spalt hindurch interpoliert; dies ist ohne Willkür möglich. Zur Bestimmung des Imaginärteils von H_φ im Spalt muß man jedoch auf die Gleichungen (17) und (18) zurückgreifen und sie für $a - \Delta\varrho \leq r \leq a$ integrieren. Dazu ist das Integrationsintervall in zwei Teile $a - \Delta\varrho \leq \varrho \leq r$ und $r \leq \varrho \leq a$ aufzuspalten, im ersten ist der Integrand aus (18), im zweiten der Integrand aus (17) zu nehmen. Das Ergebnis ist für $ka = 2$ und homogene Feldverteilung in Abb. 9 eingetragen. Hier ist noch ein Wort zur Bestimmung des Blindstromes zu sagen. Er ist eigentlich, aus dem Realteil des komplexen POYNTINGschen Vektors $E_\varphi H_\varphi$ im Spalt zu ermitteln. Wäre H_φ im Spalt konstant, so ergäbe sich für die Leistung

$$\int E_\varphi(\varrho) H_\varphi(\varrho) \varrho d\varrho d\varphi = -U \cdot [I_w(a) + i I_b(a)],$$

wobei wegen (14) $-H_\varphi = I_w(a) + i I_b(a)$ ist. Der Blindstrom wäre also in diesem Falle tatsächlich durch

den Strom am Spalttrand bestimmt. Eine genauere Rechnung zeigt jedoch, daß diese Annahme über H_φ nicht zutrifft (siehe Abb. 9), und dementsprechend sind auch die gefundenen Blindleitwerte zu korrigieren. Während sich (28) nicht merklich ändert, kommt in der eckigen Klammer in (29) ein Zusatzglied $-\frac{1}{4\pi}$

und für Y_b in (30) ergibt sich ∞ . Damit unterscheiden sich dann die Blindleitwerte für die homogene Feldverteilung im Spalt und für die Feldverteilung (27) nicht mehr wesentlich, und man darf daher wohl annehmen, daß der Blindleitwert ganz allgemein von der Feldverteilung im Spalt, soweit sie physikalisch realisierbar ist, nur geringfügig abhängt.

Unsere Abb. 6 findet sich für den Fall eines unendlichen schmalen Speisespalt bereits bei PISTOLKORS [9]. Er stellt auch die ersten vier Glieder der Reihe (21) nach Division durch $U/30\Omega$ für denselben Fall $\Delta\varrho = 0$, in Abhängigkeit von ka graphisch dar. Er bezeichnet sie als Leitwerte der ersten vier Wellenformen. Ob man dieser Bezeichnung einen eindeutigen physikalischen Sinn unterstellen kann, erscheint uns nicht gewiß; denn man kann das oben behandelte Problem auch in anderer Weise, nämlich in rotationselliptischen Koordinaten behandeln. Dann ergeben sich für alle interessierenden Größen Reihenentwicklungen nach Sphäroid-Funktionen, und man kann natürlich auch den einzelnen Gliedern dieser Reihen charakteristische Wellenformen zuordnen. Sie zeigen aber einen ganz anderen Verlauf; besonders charakteristisch an ihm ist, daß im Gegensatz zu den Wellenformen nach (21) jede einzelne dieser Wellenformen nur in einem beiderseits begrenzten Bereich von ka , d. h.

der Wellenlänge, merklich von Null verschieden ist, bzw. angeregt wird.

7. Die Kreisscheibenantenne mit Ringspalt.

Liegt die Ringspaltantenne nicht in einer unendlich ausgedehnten leitenden Ebene, sondern in einer leitenden Scheibe endlicher Ausdehnung, so tritt Beugung der ausgestrahlten Welle um den Rand der Scheibe ein und das Strahlungsdiagramm erstreckt sich über alle Raumrichtungen. Um dies Problem behandeln zu können, ist eine weitgehende Idealisierung nötig. Wir haben sie in der Weise vorgenommen, daß wir von einem leitenden sehr flachen Rotationsellipsoid ausgingen, in dessen einer Seite ein schmaler Ringspalt mit den Radien ϱ_2 und ϱ_1 liegt; er soll durch einen Generator im Inneren des Ellipsoids gespeist werden. Dieses flache Rotationsellipsoid wird zu einer Kreisscheibe vom Radius ϱ_0 zusammengedrückt. So ergibt sich eine doppel-seitige Kreisscheibe, auf deren einer Seite, konzentrisch zum Mittelpunkt, ein kreisförmiger Ringspalt liegt.

Die mathematische Behandlung einer solchen Antenne ist auf dem oben eingeschlagenen Wege nicht mehr möglich; dagegen gelingt sie in rotationselliptischen Koordinaten durch Entwicklung des elektromagnetischen Feldes nach Sphäroid-Funktionen. Wir geben nur das so berechnete Strahlungsdiagramm für $\frac{2\pi\varrho_1}{\lambda} = 1$, $\varrho_1 \approx \varrho_2$ und $\varrho_0 = 4\varrho_1$ in Abb. 11 wieder. Es weicht trotz des großen Wertes von $\frac{\varrho_0}{\varrho_1}$ noch beträchtlich von dem punktiert eingezeichneten Strahlungsdiagramm für $\varrho_0 = \infty$ ab.

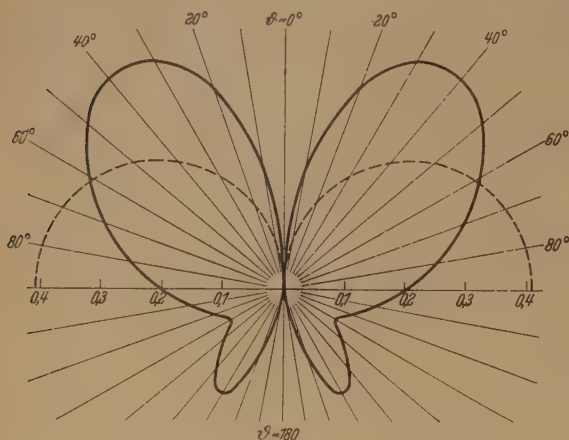


Abb. 11. Strahlungsdiagramm (—) der magnetischen Feldstärke für die zweiseitige Kreisscheibenantenne mit Ringspalt auf der oberen Seite. $\varrho_0 = 4\varrho_1$; Spaltbreite $\varrho_1 - \varrho_2 = 0$; $k\varrho_1 = 1$. — — — Das entsprechende Strahlungsdiagramm für die Ringspaltantenne in der unendlichen Ebene, Spaltbreite $\Delta\varrho = 0$, $ka = 1$. Aufgetragen ist $re^{ikr} \cdot 120\pi \text{ Ohm} \cdot H_\varphi/U$.

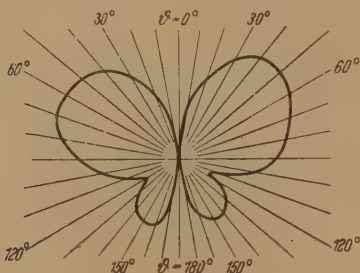


Abb. 12. Strahlungsdiagramm in der Symmetrieebene einer Ringspaltantenne in einem Autodach nach Modellmessungen von RHODES [5].

Trotz der starken Idealisierung dürfte dieses Modell wenigstens qualitativ richtige Ergebnisse liefern. Dies kann man auch aus den Messungen von RHODES [5] mit einer Ringspaltantenne im Modell eines Kraftwagendaches schließen, deren in Abb. 12 wiedergege-

bene Ergebnisse bemerkenswerte Ähnlichkeit mit den theoretischen Ergebnissen der Abb. 11 haben. Bei RHODES war $ka \approx 0,8$, die Spaltbreite 16% des Radius, während ϱ_0 aus seinen Angaben nicht entnommen werden und für das nicht ebene Modell eines Kraftwagendaches auch nicht ohne weiteres definiert werden kann.

Ein großer Teil der mathematischen Überlegungen und Ergebnisse dieser Arbeit ist in der Aachener Dissertation 1950 von W. KLOEPFER mit dem Titel „Theorie der Kreisscheibenantenne“ in größerer Ausführlichkeit wiedergegeben. Insbesondere findet sich dort die Behandlung der Ringspaltantenne in der unendlichen Ebene und der Ringspaltantenne in der Kreisscheibe mit der Methode der Entwicklung nach Sphäroid-Funktionen.

Zusammenfassung.

Schneidet man aus einer vollkommenen leitenden Ebene einen schmalen Kreisring aus und legt zwischen den Rändern des so entstandenen Spaltes eine harmonische Wechselspannung an, so ergibt sich eine Ringspaltantenne. Ihr Strahlungsdiagramm, die abgestrahlte Leistung, ihr Wirk- und Blindleitwert werden in Abhängigkeit von der Wellenlänge, der Spaltbreite und der Feldverteilung im Spalt berechnet und die Stromverteilung in der Ebene wird für einige Wellenlängen angegeben. Als Ergänzung werden Ergebnisse für das Strahlungsdiagramm einer Antenne mitgeteilt, die aus einer zweiseitigen Kreisscheibe besteht, welche auf einer Seite mit einem Ringspalt versehen ist. Für unendlich großen Radius der Kreisscheibe ergibt sich die zuerst behandelte Antenne.

Den Herren Dipl.-Phys. F. M. WOLFF und W. ANDREJEWSKI haben wir für die Durchführung von Kontrollrechnungen zu danken.

Literatur: [1] STRATTON, J. A. u. L. J. CHU: Applied Physics. 12, 230, 236, 241 (1941); CHU, L. J. u. J. A. STRATTON: J. Math. Physics 20, 259 (1941). — [2] INFELD, L.: Quart. appl. Math. 5, 113 (1947). — [3] ALBERT, G. E. u. J. L. SYNGE: Quart. appl. Math. 6, 117 (1948). — [4] SYNGE, J. L.: Quart. appl. Math. 6, 133 (1948). — [5] RHODES, D. R.: Electronics, März 1949. — [6] MEIXNER, J.: Ann. Physik (6) 6, 2 (1949). — [7] MAUE, A. W.: Z. Physik 126, 601 (1949). — [8] Tables of spherical Bessel-functions, Prepared by the Mathematical Tables Project, National Bureau of Standards, Vol. I, II, New York 1947. — [9] PISTOLKORS, A. A.: Proc. I. R. E., Januar 1948.

Prof. Dr. J. MEIXNER
(22c) Aachen, Templergraben 55, Technische Hochschule.

Dr.-Ing. W. KLOEPFER
(17a) Pforzheim, Philipstr. 2.

Über longitudinale und transversale elektrische Wellen in homogenen bewegten Plasmen*.

Von W. O. SCHUMANN.

Mit 2 Textabbildungen.

(Eingegangen am 26. Januar 1951.)

Bei elektromagnetischen Wellen in Plasmen mit homogener Translationsgeschwindigkeit, wenn die Wellen sich in der Richtung der Plasmageschwindigkeit ausbreiten, treten zwei verschiedene Schwingungstypen auf.

Erstens ein rein longitudinaler, wo nur ein elektrisches Feld in Richtung der Plasmageschwindigkeit

* Herrn Geheimrat J. ZENNECK zum 80. Geburtstag gewidmet.

auftritt, und bei dem Raumladung vorhanden ist, und ein zweiter eigentlicher Wellentyp mit transversalen Feldkomponenten, bei dem keine Raumladungen vorhanden sind, auch dann, wenn diese Welle eine Longitudinalkomponente des elektrischen Feldes enthält. Der erste Typ ist derjenige ebener Wellen, wie er vom Verfasser [1] beschrieben wurde, und der zur Erklärung der Selbsterregungserscheinungen und der wandernden Dichte- und Stromschwankungen

beim Klystron führt. Der zweite Typ ist der seitlicher elektrischer Wellen in bewegten Plasmen, reine Transversalwellen beim ebenen Wellenaufreten [2], aber bei seitlicher Begrenzung des Plasmas auch Longitudinalkomponenten von E auftreten können [3].

Am einfachsten lassen sich die Dinge mit Hilfe der relativistischen Transformation übersehen, wobei man zunächst für ein ruhendes Plasma die Gleichungen entwickelt und dann auf Bewegung transformiert.

I. Ruhendes Plasma.

Aus den MAXWELLSchen Gleichungen folgt mit dem eingepprägten Strom $S = \rho v$

$$\text{rot } H = S + \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t}, \quad \text{rot } E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\text{grad div } E - \nabla^2 E = -\mu \frac{\partial S}{\partial t} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}. \quad (2)$$

$$a) \text{ Ebene Wellen, } \frac{\partial}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial z} = 0,$$

$$\text{div } E = \frac{\partial E_x}{\partial x}, \quad \text{grad } \varphi = i \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2},$$

$$0 = \mu \frac{\partial S_x}{\partial t} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}, \quad (3a)$$

$$S_y = \mu \frac{\partial S_y}{\partial t} + \varepsilon \mu \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = \mu \frac{\partial S_z}{\partial t} + \varepsilon \mu \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2}. \quad (3b)$$

für E_y und E_z , d. h. die Querkomponenten, gibt es vorgeschriebene Wellenausbreitung. Dagegen ist die longitudinale Komponente E_x möglich, deren Verlauf vorgeschrieben ist, während die räumliche Verteilung willkürlich ist.

Für freie Elektronen in einem Plasma (mit Vernachlässigung der Stoßdämpfung) ist

$$S = \frac{N e^2}{j \omega m} E,$$

ausgesetzt, daß die Elektronengeschwindigkeit so klein ist, daß man nicht relativistisch rechnen muß, was es folgt aus (3a) mit $e^{j(\omega t - \alpha x)}$ als Ausbreitungsfunktion,

$$\omega^2 = \frac{N e^2}{\varepsilon m} = \omega_0^2, \quad (4)$$

die Plasmaeigenfrequenz für E_x , wobei α unbestimmt bleibt. Es ist theoretisch für E_x bei dieser Frequenz jede beliebige Ausbreitung möglich.

Für E_y und E_z hingegen folgt aus Gl. (3b) die übliche Transversalwelle mit der Raumladung Null und Phasengeschwindigkeit

$$v_P = \frac{1}{\varepsilon \mu (1 - \omega_0^2/\omega^2)}, \quad (5)$$

a. mit der Dielektrizitätskonstanten des Plasmas

$$\varepsilon_P = \varepsilon \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right).$$

b) Transversale Welle mit einer Longitudinalkomponente, nur $\frac{\partial}{\partial z} = 0$.

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad \text{div } E = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y}.$$

In diesem Fall ergibt die Gl. (2)

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} = -\mu N e^2 E_x - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -\mu N e^2 E_y - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}.$$

E_y und E_x sind gekoppelt. Elimination von E_y gibt mit $E_x = A e^{j m y}$

$$m^2 + \alpha^2 = \frac{1}{c^2} (\omega^2 - \omega_0^2) = \frac{\omega^2}{c^2} \mu \varepsilon_P,$$

dieselbe Gleichung, wie in [3] abgeleitet. Wenn

$E_x = e^{j(\omega t - \alpha x)} [A e^{j m y} + B e^{-j m y}]$ gesetzt wird, folgt

$$E_y = \frac{\alpha}{m} e^{j(\omega t - \alpha x)} [A e^{j m y} - B e^{-j m y}]$$

und die Raumladung $\text{div } E = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} = 0$.

Es treten keine Raumladungen auf, trotzdem eine Strömungskomponente in Ausbreitungsrichtung vorhanden ist.

II. Bewegtes Plasma.

Es sei x, t das mit dem Strahl bewegte Koordinatensystem und x', t' das mit dem Beobachter ruhende, so ist

$$x = (x' - v_0 t') \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad t = \left(t' - \beta \frac{x'}{c}\right) \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Nach Einsetzen in $e^{j(\omega t - \alpha x)} = e^{j(\omega' t' - \alpha' x')}$ wird

$$\omega' = \omega \frac{\left(1 + \frac{v_0}{v_P}\right)}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

woraus allgemein folgt

$$v_P = v_0 \frac{\omega}{\omega' \sqrt{1 - \beta^2} - \omega}; \quad \alpha = \frac{1}{v_0} [\omega' \sqrt{1 - \beta^2} - \omega];$$

$$v'_P = \frac{v_0 + v_P}{1 + \frac{v_0 v_P}{c^2}} = v_0 \frac{\omega'}{\omega' - \omega \sqrt{1 - \beta^2}};$$

$$\alpha' = \frac{1}{v_0} [\omega' - \omega \sqrt{1 - \beta^2}].$$

a) „Ebene Welle“, rein longitudinale E_x Schwingung im ruhenden System¹.

In diesem Fall ergibt Gl. (4)

$$\omega = \pm \omega_0.$$

Es wird also

$$\alpha_{1,2} = \frac{\omega' \sqrt{1 - \beta^2} \mp \omega_0}{v_0}, \quad v_P = v_0 \frac{\pm \omega_0}{\omega' \sqrt{1 - \beta^2} \mp \omega_0}.$$

Die Wellen laufen im bewegten Elektronenblock beide nach links gegen die Richtung der x -Achse, solange $\omega' \sqrt{1 - \beta^2} < \omega_0$ ist. Im andern Fall läuft eine Welle nach rechts. Abb. 1 zeigt v_P als $f(\omega')$.

Die Schwingung ω' im ruhenden Koordinatensystem prägt dem bewegten Plasma zwei Wellen auf, so daß dort Wellen vom Typ

$$E_x = A e^{j(\pm \omega_0 t - \alpha_{1,2} x)}$$

entstehen.

¹ Daß diese Welle ein Spezialfall eines viel allgemeineren Wellentyps in einem Plasma mit Magnetfeld ist, zeigt V. A. BAILEY in [2].

Siehe auch [4], wo analoge Beziehungen auf anderem Wege abgeleitet sind.

Die Phasengeschwindigkeiten im ruhenden Koordinatensystem sind

$$v_P' = v_0 \frac{\omega'}{\omega' \mp \sqrt{1 - \beta^2} \cdot \omega_0}$$

Für $\omega' > \omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ sind beide v_P' positiv. Sonst ist ein Wert negativ. Abb. 2 zeigt v_P' abhängig von ω' .

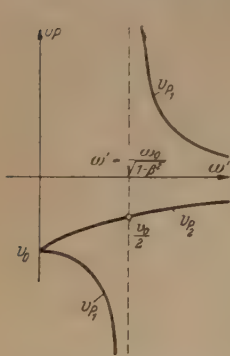


Abb. 1. Rein longitudinale Welle. Geschwindigkeit v_P' im mitbewegten System.

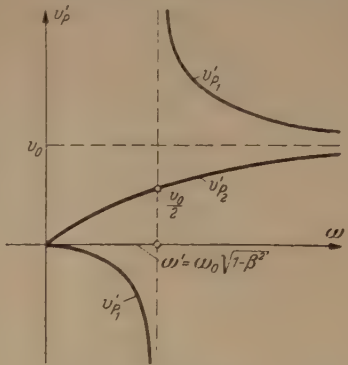


Abb. 2. Rein longitudinale Welle. Geschwindigkeit v_P' im ruhenden System.

Ferner sind

$$\alpha_{1,2}' = \frac{1}{v_0} [\omega' \mp \omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}], \quad \frac{\alpha_1' + \alpha_2'}{2} = \frac{\omega'}{v_0},$$

$$\frac{\alpha_1' - \alpha_2'}{2} = -\frac{\omega_0}{v_0} \sqrt{1 - \beta^2}.$$

Nach den Forderungen der Relativitätstheorie ist die Strom- und Raumladungsdichte im ruhenden Koordinatensystem

$$S_x' = \frac{S_x + v_0 \varrho}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \varrho' = \frac{\varrho + \frac{v_0}{c^2} S_x}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

wenn ϱ die Raumladung im bewegten System ist. Mit

$$E_x = A_1 e^{j(\omega_0 t - \alpha_1 x)} + A_2 e^{-j(\omega_0 t + \alpha_2 x)} = E_x'$$

und

$$\omega = \pm \omega_0$$

wird $S_x = \frac{N e^2}{j m \omega_0} [A_1 e^{j(\omega_0 t - \alpha_1 x)} - A_2 e^{-j(\omega_0 t + \alpha_2 x)}]$

und

$$\varrho = \varepsilon \frac{d E_x}{d x} = \varepsilon j [-\alpha_1 A_1 e^{j(\omega_0 t - \alpha_1 x)} - \alpha_2 A_2 e^{-j(\omega_0 t + \alpha_2 x)}],$$

so daß

$$S_x' = -j \varepsilon \omega' [A_1 e^{j(\omega' t' - \alpha_1' x')} + A_2 e^{j(\omega' t' - \alpha_2' x')}]$$

$$= -j \varepsilon \omega' E_x' \text{ wird.}$$

$$\text{Mit } \alpha_1' = \frac{\alpha_1' + \alpha_2'}{2} + \frac{\alpha_1' - \alpha_2'}{2}; \quad \alpha_2' = \frac{\alpha_1' + \alpha_2'}{2} - \frac{\alpha_1' - \alpha_2'}{2}$$

läßt sich S_x' auch schreiben

$$S_x' = -j \varepsilon \omega' e^{j \omega' (t' - \frac{x'}{v_0})} \cdot \left[A_1 e^{j \frac{\omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}}{v_0} x'} + A_2 e^{-j \frac{\omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}}{v_0} x'} \right].$$

Es erscheint hier eine gemeinsame Welle, die sich mit der Plasmageschwindigkeit v_0 ausbreitet, und während ihrer Wanderung sinusförmig mit der räumlichen Wellenlänge

$$\lambda = v_0 \frac{2 \pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}}$$

moduliert ist.

Soll der Konvektionsstrom z. B. an der Stelle $x' = 0$ dauernd Null sein, so muß $A_1 = -A_2$ sein, und

man erhält dann

$$S_x' = 2 \varepsilon \omega' A_1 e^{j \omega' (t' - \frac{x'}{v_0})} \cdot \sin \frac{\omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}}{v_0} x'$$

und es wird

$$E_x' = 2 j A_1 \cdot \sin \frac{\omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}}{v_0} x' \cdot e^{j \omega' (t' - \frac{x'}{v_0})}.$$

Die Geschwindigkeit der Elektronen im bewegten System ist

$$v_w = \frac{e}{j m \omega_0} [A_1 e^{j(\omega_0 t - \alpha_1 x)} - A_2 e^{-j(\omega_0 t + \alpha_2 x)}]$$

$$= \frac{e}{j m \omega_0} e^{j \omega' (t' - \frac{x'}{v_0})} \cdot \left[A_1 e^{j \frac{\omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}}{v_0} x'} - A_2 e^{-j \frac{\omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}}{v_0} x'} \right].$$

Im ruhenden System ist nach dem EINSTEINSchen Geschwindigkeitstheorem

$$v' = \frac{v_0 + v_w}{1 + \frac{v_0 v_w}{c^2}} \approx v_0 + v_w (1 - \beta^2),$$

da $|v_w| \ll c$ angenommen wurde.

Der Wechselanteil der Geschwindigkeit im ruhenden System ist also

$$v_w' = v_w (1 - \beta^2) = \frac{e}{j m \omega_0} (1 - \beta^2) e^{j \omega' (t' - \frac{x'}{v_0})} \cdot \left[A_1 e^{j \frac{\omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}}{v_0} x'} - A_2 e^{-j \frac{\omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}}{v_0} x'} \right].$$

Mit $A_1 = -A_2$ wird daraus

$$v_w' = \frac{e}{j m \omega_0} (1 - \beta^2) \cdot 2 \cos \frac{\omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}}{v_0} x' \cdot A_1 e^{j \omega' (t' - \frac{x'}{v_0})}$$

und für $x' = 0$:

$$v_w' = A_1 \frac{2e}{j m \omega_0} (1 - \beta^2) e^{j \omega' t'} = V_w' e^{j \omega' t'}. \quad E_x' = 0$$

oder

$$A_1 = V_w' j \frac{m \omega_0}{2e} \frac{1}{1 - \beta^2}.$$

Damit wird der Stromverlauf

$$\frac{S_x'}{N e} = j \frac{\omega'}{\omega_0} \frac{1}{1 - \beta^2} \cdot V_w' \cdot \sin \frac{\omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}}{v_0} x' \cdot e^{j \omega' (t' - \frac{x'}{v_0})}$$

mit einem Maximum an den Stellen

$$x' = (2k + 1) \frac{v_0}{\omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}} \cdot \frac{\pi}{2}.$$

Es entsteht also genau derselbe Ausdruck wie z. B. vom Verfasser [1] abgeleitet und wie er für das geschwindigkeitsgesteuerte Klystron bei kleinen Schwankungen gilt, wenn man die „Gleichstromraumladung“ vernachlässigt (s. auch [5]). Auf die gleiche Weise lassen sich alle Schwankungen der Ladungsdichte und der Geschwindigkeit bestimmen, die alle in wandernden Wellen des oben beschriebenen Typs bestehen, und die in der Arbeit [1] nach einem anderen Verfahren abgeleitet sind.

b) Ebene Welle, reine Transversalwelle.

In diesem Fall ist nach Gl. (5) im bewegten System

$$v_P^2 = \frac{c^2}{\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)}$$

und nach einer Umrechnung erhält man

$$v_P' = \frac{c^2}{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}};$$

so genau dieselbe Beziehung. Die Translation mit v spielt in diesem Fall keine Rolle. Die Phasengeschwindigkeit ist immer größer als die Lichtgeschwindigkeit, sie ist bei $\omega' = \omega_0$ unendlich, geht mit $\omega' \rightarrow \infty$ auf c herab.

Für $\omega' < \omega_0$ gibt es keine Ausbreitung.

Die Umrechnung für die transversale Welle mit ihrer Longitudinalkomponente, wo nur $\frac{\partial}{\partial z} = 0$ ist, ist bereits vom Verfasser durchgeführt [6].

Zusammenfassung.

Es sollte gezeigt werden, wie relativ einfach alle elektromagnetischen Wellen in bewegten Plasmen, auch die für die

H. F.-Technik so wichtige rein longitudinale, mit der relativistischen Transformation ableitbar sind. Die relativistische Transformation kann durch die Galileische ersetzt werden, wenn $v_0 \ll c$ und $v_0 v_P \ll c^2$ ist.

Es genügt nicht, daß sich lediglich der Elektronenblock mit kleiner Geschwindigkeit, verglichen mit der Lichtgeschwindigkeit, bewegt, sondern es muß auch die Phasengeschwindigkeit der Welle im ruhenden System genügend klein, d. h. $\frac{v_P}{c} \ll \frac{1}{\frac{v_0}{c}}$ sein.

Literatur. [1] SCHUMANN, W. O.: Naturwiss. 31, 140 (1943). — [2] BAILEY, V. A.: Physic. Rev. 78, 428 (1950). — [3] SCHUMANN, W. O.: Bayer. Akad. d. Wissenschaften 255 (1948); s. a. W. C. HAHN; Gen. El. Rev. 42, 258. (1939). — [4] SCHUMANN, W. O.: Z. Physik 121, 9 (1943). — [5] WEBSTER, D. L.: J. Appl. Physics 10, 561 (1939); LABUS, J.: Arch. elektr. Übertr. 4, 356 (1950). — [6] SCHUMANN, W. O.: Z. angew. Physik 2, 393 (1950).

Prof. Dr. W. O. SCHUMANN,
Techn. Hochschule, München, Elektrophysikal. Institut.

Pitotrohr, Zylinder- und Zweifingersonde als Staudruckmeßgeräte*.

Von H. St. STEFANIAK.

(Aus dem Laboratorium für Strömungsmechanik an der Technischen Hochschule München.)

Mit 4 Textabbildungen.

(Eingegangen am 2. Januar 1951.)

I. Einleitung.

In manchen Fällen, etwa in stark inhomogenen Strömungen oder in der Nähe fester Wände, führt die Anwendung normaler Geräte zur Staudruckmessung zu Ergebnissen, welche überhaupt nicht oder nicht mehr weiter verwertbar sind. Die Gründe hierfür liegen hauptsächlich darin, daß der statische Druck nicht einwandfrei gemessen werden kann oder daß einmal die durch das Einführen der Staudrucksonde hervorgerufenen Störungen unzulässig groß sind. Die gleiche Aussage gilt unter diesen Bedingungen für die Bestimmung der Strömungsrichtung mittels Mehrlochsonden. Man ist daher manchmal gezwungen, sich nach anderen Methoden umzusehen. Es soll im folgenden gezeigt werden, wie man in Sonderfällen unter Ausnützung bekannter Eigenschaften verschiedener Sonden zum Ziele kommen kann.

2. Grundsätzliches Meßverfahren bei Verwendung von Zylindersonde und Pitotrohr.

Das Meßverfahren gründet sich auf die Tatsache:

1. daß die Druckanzeige p in einer Strömung sich nach einer bestimmten Funktion f_q ändert, wenn man eine darin befindliche Sonde, an welcher eine mit einem Manometer verbundene Druckmeßbohrung anbracht ist, um eine festgehaltene Achse nacheinander um verschiedene große Winkel ϑ verdreht;

2. daß die Funktion $p - p_0 = f_q(\vartheta - \vartheta_0)$ bei verschiedenen großen Staudrücken $q = \rho/2 \cdot w^2$ (ρ = Luftdichte, w = Strömungsgeschwindigkeit) innerhalb eines mehr oder weniger großen Kennzahlenbereiches gültig ist, so daß man $f_q(\vartheta - \vartheta_0) = q \cdot f(\vartheta - \vartheta_0)$ annehmen kann, wobei $f(\vartheta - \vartheta_0)$ in dem betreffenden Bereich unabhängig von q ist. Hierin sind ϑ_0 und der

dazugehörige Druck p_0 durch eine ausgezeichnete Eigenschaft der Funktion f , z. B. ein Extremum zu sein, definiert. Trägt man den dimensionslosen Wert $(p - p_0)/q$ in Abhängigkeit von $\vartheta - \vartheta_0$ auf, so liegen alle Meßpunkte auf einer einzigen Kurve, der sog. Charakteristik der betreffenden Sonde. Hat man diese Funktion durch Eichversuch einmal bestimmt, so kann man, falls der Verlauf $p^* - p_0^* = f_q^*(\vartheta - \vartheta_0) = q^* f(\vartheta - \vartheta_0)$ an einer beliebigen Stelle in einer unbekannten Strömung aufgenommen wurde, den dort herrschenden Staudruck q^* dadurch ermitteln, daß man denjenigen Wert q^* sucht, für welchen sich die beiden Charakteristiken $(p - p_0)/q$ und $(p^* - p_0^*)/q^*$ gerade decken. Dies geschieht praktisch am besten dadurch, daß man zur Auftragung von $p^* - p_0^*$ als Abszisse nicht den Winkel $\vartheta - \vartheta_0$ selbst, sondern die durch den Eichversuch gegebene „natürliche Koordinate“ $\eta = f(\vartheta - \vartheta_0)$ benutzt. Auf diese Weise bekommt man einen linearen Zusammenhang zwischen $p^* - p_0^*$ und η . Der gesuchte Staudruck q^* errechnet sich, wie man aus vorstehender Ableitung leicht erkennt, zu $q^* = d(p^* - p_0^*)/d\eta$. Der Vorteil für die Praxis besteht darin, daß man leichter und mit größerer Genauigkeit eine Gerade durch eine Anzahl streuender Meßpunkte legen kann, als unter denselben Umständen bei der normalen Auftragung eine gekrümmte Linie.

Besonders einfache Verhältnisse ergeben sich hierbei für die Kugel- und Zylindersonde, wenn die Meßbohrung in der Ausgangslage ϑ_0 mit dem vorderen Staupunkt zusammenfällt und die Drehachse senkrecht auf der Strömungsrichtung steht. Bei nicht zu kleinen REYNOLDSschen Zahlen hat man nämlich auf der Vorderseite nahezu Potentialströmung, bei welcher sich die natürliche Koordinate theoretisch in einfacher

Weise zu $\eta_{thk} = -\frac{9}{8}(1 - \cos 2(\vartheta - \vartheta_0))$ bzw. $\eta_{thz} =$

* Meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Geheimrat ZENNECK zum 80. Geburtstag gewidmet.

— $2(1 - \cos 2(\vartheta - \vartheta_0))$ berechnet. Abb. 1a und 1b zeigen in den zwei verschiedenen Auftragungen ein Beispiel einer experimentell aufgenommenen Charakteristik. Hierbei ist der Druck an der Meßbohrung einer Zylindersonde gegen ein willkürliches Druckniveau einmal in Abhängigkeit von der geometrischen Koordinate ϑ daneben in Abhängigkeit von der theoretisch ermittelten natürlichen Koordinate aufgetragen. Man entnimmt aus dem linearen Zusammenhang zwischen $p - p_0$ und η_{thz} , daß hier die gemachte Annahme bezüglich der Linearität weitgehend und zwar innerhalb des Bereiches $0,1 < \eta_{thz} < 1,5$ erfüllt ist. Was die Absolutwerte anlangt, so be-

Da sich Zylindersonden und im besonderen Pitotrohre, für welche vorstehende Überlegungen in gleicher Weise gelten, mit sehr kleinen Durchmessern herstellen lassen, kann man mit Hilfe dieser Methode noch sehr kleine Strömungsfelder ausmessen². In ebener Strömung ist dieses Verfahren ohne weiteres, in räumlicher nur nach Kenntnis der Lage einer Ebene, in welcher der Strömungsvektor liegt, anwendbar.

III. Zweifingersonde.

Wenn man die Aufgabe, für ein ausgedehntes Strömungsfeld alle die vorerwähnten Daten punktweise zu bestimmen, hat, und geht dabei wie oben dar-

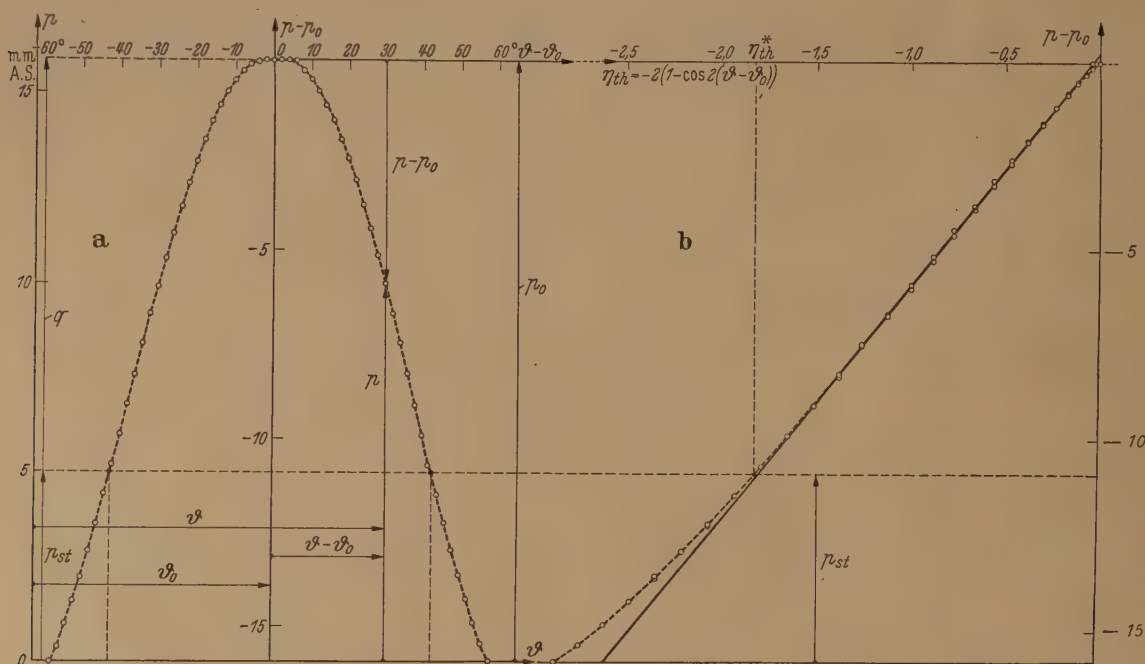


Abb. 1. Druck an einer Zylindersonde in ebener Luftströmung bei $q = 10,9$ mm A. S. = 9 mm W. S. a) in normaler Auftragung, b) als Funktion von η_{thz} ; Durchmesser der Sonde $d = 10$ mm, der Meßbohrung 0,6 mm; $Re = d w / \nu = 7900$.

stehen Abweichungen gegenüber der Idealtheorie. Es ist daher η_{th} nicht mit η identisch. Man entnimmt aus Abb. 1b, daß bei $\eta_{th} = 1,83$ die Druckdifferenz $p - p_0$ dem Betrag nach gleich dem Staudruck q ist; theoretisch müßte das in reibungsfreier Potentialströmung schon bei $\eta_{th} = 1$ der Fall sein.

Nachdem man die Abhängigkeit des angezeigten Druckes von den Winkelstellungen aufgenommen hat, lassen sich hier sämtliche bei einer Strömung interessierenden Größen wie folgt bestimmen:

1. Der Gesamtdruck $p_g = p_{st} + q$ ergibt sich zu p_0 .
2. Den Staudruck q ermittelt man aus

$$q = d(p - p_0) / d\eta.$$

3. Der statische Druck p_{st} ergibt sich entweder unmittelbar aus der Charakteristik (Abb. 1) als der zu ϑ^* oder η^* bzw. η_{th}^* gehörige Druck, oder mittelbar aus der Differenz $p_{st} = p_g - q$.

4. Die Strömungsrichtung ist durch den Winkel ϑ_0 gegeben. Hierbei muß man zuvor den Winkel zwischen dem Strömungsvektor und der durch ϑ_0 gegebenen Richtung ermittelt haben¹.

¹ Experimentell geschieht dies am besten nach der von BETZ angegebenen, von CHRISTIANI [2] näher beschriebenen Methode. Danach benutzt man einen leicht herstellbaren horizontalen Luftstrom, führt die Sonde mit horizontaler Drehachse von rechts her ein und mißt ϑ_{0r} , wobei man zuvor

gelegt vor, so ist dieses Verfahren offensichtlich sehr zeitraubend, weil man erst nach Vorliegen einer Reihe von Meßpunkten, — welche man am besten paarweise so wählt, daß die zu ϑ_1 und ϑ_2 gehörigen Drucke p jeweils denselben Wert haben, — durch Mittelbildung den Winkel ϑ_0 genau festlegen kann. Handelt es sich aber darum, nur den Staudruck zu kennen, so führt eine Kombination zweier Pitotröhrchen, die sog. Zweifingersonde, [3, 4] weit schneller zum Ziele. Dies beruht auf der Tatsache, daß deren Charakteristik in einem größeren Bereich sehr gut linear ist, wie Theorie und Experiment übereinstimmend zeigen [9].

mittels empfindlicher Wasserwaage eine mit der Skala fest verbundene, zur Drehachse parallele Justierungsebene genau horizontal gestellt hat. Danach schwenkt man die ganze Anordnung um eine horizontale Achse, welche durch die Sondenbohrung geht, so daß die Sonde von links her in die Strömung ragt, geht wie oben vor und bestimmt ϑ_{0l} . Man ermittelt auf diese Weise nicht nur denjenigen Winkel $\vartheta_0 = (\vartheta_{0r} + \vartheta_{0l})/2$, bei welchem die Ebene Sondenöffnung — Drehachse gerade parallel zur Justierungsebene ist, sondern auch den Neigungswinkel $\gamma_0 = (\vartheta_{0r} - \vartheta_{0l})/2$ der Strömungsrichtung gegenüber der Horizontalen.

² Zahlreiche Messungen von entsprechenden Charakteristiken, die sich z. T. bis $\vartheta = 70^\circ$ erstrecken, findet man bei KUMBRUCH [1].

a) Theorie der Zweifingersonde.

Bekanntlich besteht eine Zweifingersonde aus zwei etwa rechtwinklig zueinander angeordneten in einer Ebene ($= x - z$ -Ebene) liegenden Pitotröhrchen deren Öffnungen mehr oder weniger weit übereinander liegen (Abb. 2a). Sind diese vollkommen gleichartig

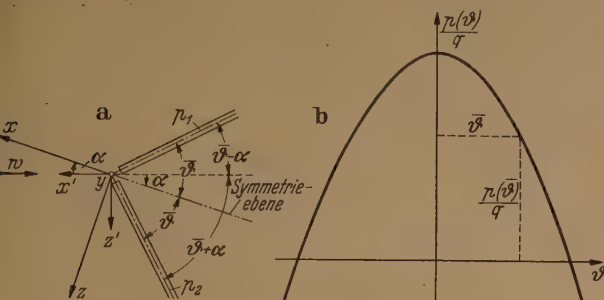


Abb. 2a. Zweifingersonde.

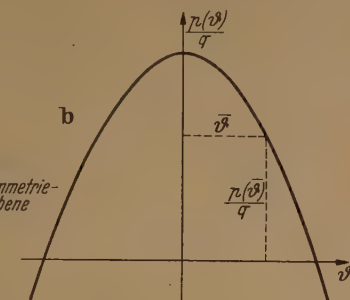


Abb. 2b. Charakteristik eines Röhrchens der Zweifingersonde.

ausgebildet und symmetrisch fest zusammengebaut, so fällt bei beweglicher Sonde die Anströmungsrichtung dann in die Symmetrieebene ($= x - y$ -Ebene), wenn beide Öffnungen denselben Druck $p_1 = p_2$ anzeigen. Ist dies nicht der Fall und ergibt sich zwischen diesen eine Druckdifferenz $p_{12} = p_1 - p_2$, so hängt deren Größe vom Anstellwinkel α (α = Winkel zwischen $w - y$ - und $x - y$ -Ebene), vom Seitenwinkel β (β = Winkel zwischen $w - z'$ - und $x - z'$ -Ebene, wobei z' -Achse $\perp w - y$ -Ebene) und vom Staudruck q ab.

Betrachtet man zunächst den Fall $\beta = 0$, so kann man p_{12} als Funktion von α aus der Charakteristik (Abb. 2b) des einzelnen Pitotrohres ableiten. Entwickelt man

$$\frac{p(\bar{\theta} + \alpha)}{q} = \frac{p(\bar{\theta})}{q} + \frac{p'(\bar{\theta})}{q} \alpha + \frac{1}{2!} \frac{p''(\bar{\theta})}{q} \alpha^2 + \frac{1}{3!} \frac{p'''(\bar{\theta})}{q} \alpha^3 + \dots,$$

so ergibt sich hiermit für die Druckdifferenz

$$p_{12}(\alpha)/q = p(\bar{\theta} - \alpha)/q - p(\bar{\theta} + \alpha)/q$$

$$\text{zu } \frac{p_{12}(\alpha)}{q} = -2 \left(\frac{p'(\bar{\theta})}{q} \alpha + \frac{1}{3!} \frac{p'''(\bar{\theta})}{q} \alpha^3 + \dots \right).$$

Danach darf man, da in erster Näherung $p_{12}(\alpha)/q$ proportional dem Anstellwinkel α ist und erst in dritter Näherung sich ein Einfluß der höheren Potenzen von α bemerkbar macht, erwarten, daß die Charakteristik der Zweifingersonde weitgehend linear verläuft. Offensichtlich wirkt sich das Vorliegen einer parabolischen Abhängigkeit $p = p(\bar{\theta} + \alpha)$ besonders günstig in diesem Sinne aus.

Wird die Sonde zusätzlich noch schräg von der Seite angeblasen ($\beta \neq 0$), so sind natürlich $p'(\bar{\theta})/q$ und die höheren Ableitungen Funktionen von β . Entwickelt man jene hier hauptsächlich interessierende Größe in der Umgebung von $\beta = 0$ nach Potenzen von β , so erhält man, da aus Symmetriegründen die Koeffizienten der ungeraden Potenzen verschwinden müssen,

$$\frac{p'(\bar{\theta})}{q} = \left[\frac{p'(\bar{\theta})}{q} \right]_{\beta=0} + \frac{1}{2} \left[\frac{p'(\bar{\theta})}{q} \right]_{\beta=0}'' \beta^2 + \dots,$$

wobei die Ableitung nach β mit einem Punkt bezeichnet ist. Man entnimmt daraus, daß diese Sonde in erster Näherung unempfindlich gegen seitliche An-

strömung sein wird. Dieses Ergebnis spielt für die praktische Anwendung insofern eine Rolle, als es sich hiernach nicht als unbedingt notwendig erweist, die Sondenebene absolut genau in den Strömungsvektor einzustellen.

b) Experimentelle Bestimmung der Charakteristik.

Um nachzuprüfen, inwieweit die theoretischen abgeleiteten Ergebnisse durch das Experiment bestätigt werden, wurden Versuche angestellt mit dem Ziel:

1. die Abhängigkeit der Charakteristik vom Staudruck festzustellen,
2. die Kennlinie $p_{12}(\alpha)/q = \varphi(\alpha)$ aufzunehmen,
3. den Einfluß der Schräganströmung zu untersuchen.

Diese Messungen wurden im ehemaligen Windkanal des früheren Aerodynamischen Laboratoriums der Technischen Hochschule München nach einer Reihe von Vorversuchen zuletzt an einer Sonde vorgenommen, mit deren Hilfe das Feld der Potentialströmung um einen elliptischen Zylinder am Rande der Grenzschicht bestimmt werden sollte¹.

Zur Herstellung dienten handelsübliche Messingröhrchen von 2 mm Durchmesser und 0,95 mm l. W., welchen durch Abdrehen außen am Umfang und dann vorne an der Öffnung eine schwach konische, an der Mündung scharfkantig abschneidende Form verliehen wurde, letzteres zum Zwecke der leichten Reproduzierbarkeit und um möglichst weitgehend das Auftreten von Kennzahl- und Turbulenzeffekten, welche indirekt den Verlauf der Sondencharakteristik beeinflussen, zu vermeiden. Die Sonde ließ sich durch Aufschrauben auf ein um seine Achse drehbares Halterohr befestigen, wobei die Anordnung so getroffen war, daß die Drehachse zur y -Achse parallel verlief. Die Winkeländerungen α gegenüber einem festen Anfangswert wurden mit Hilfe von Skala, Spiegel und Fernrohr auf $0,0025^\circ$ genau gemessen.

α) Nachprüfung auf Staudruckunabhängigkeit.

In der ersten Versuchsreihe war der Schiefewinkel

$$\beta = 0.$$

Es wurden in dem in Betracht kommenden Bereich bei verschiedenen Staudrücken q die Druckdifferenzen $p_{12}(\alpha_1)$ und $p_{12}(\alpha_2)$ bestimmt, welche zu zwei

dem Betrage nach ungefähr gleich großen positiven und negativen Anstellwinkeln α_1 bzw. α_2 gehörten, deren Differenz $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$ genau konstant gehalten

wurde. Der Unterschied der Absolutwerte $|\alpha_1| - |\alpha_2|$ betrug höchstens $1/10^\circ$. Aus Tabelle I entnimmt man, daß mit einer Genauigkeit von weniger als ein Promille das Verhältnis $[p_{12}(\alpha_1) - p_{12}(\alpha_2)]/q = \Delta p/q$ in dem untersuchten Bereich keine systematischen Änderungen mit dem Staudruck aufweist.

Tabelle I.

q mm A. S.	$[\Delta p/q]_{\Delta\alpha = \text{const}}$
33,4	0,3324
40,6	0,3325
68,6	0,3322
90,5	0,3323

¹ Für die Berechnung der Grenzschicht an dem elliptischen Zylinder ist nämlich die vorherige Kenntnis des Druckverlaufes oder diejenige des Geschwindigkeitsverlaufes längs der Kontur notwendig. Ersteren ermittelt man i. a. mit Hilfe von Bohrungen an der Oberfläche, deren Anbringung nachträglich oftmals nicht einwandfrei möglich oder überhaupt nicht erwünscht ist.

β) Die Nachprüfung auf Linearität und Unempfindlichkeit gegen Schräganblasung.

Die Nachprüfung auf Linearität erstreckte sich bis zu einem Anstellwinkel von $\alpha = 20^\circ$. Abb. 3, welche ein Beispiel einer experimentell aufgenommenen Sondencharakteristik zeigt, bestätigt die theoretische Vermutung. Innerhalb der Meßgenauigkeit zeigt sich keine Abweichung von der Proportionalität

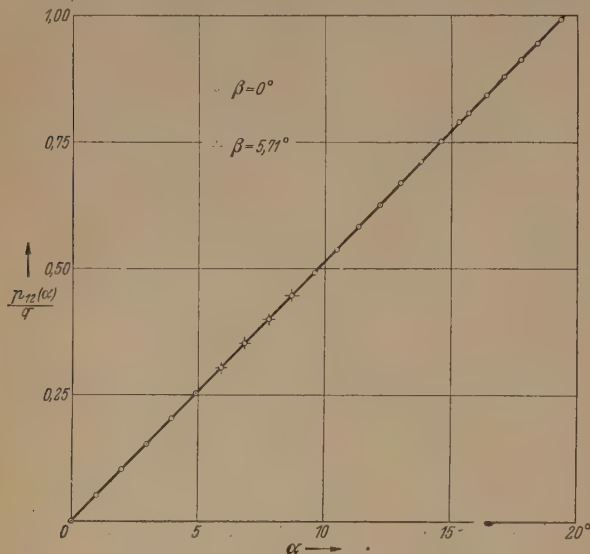


Abb. 3. Charakteristik einer Zweifingersonde.

zwischen $p_{12}(\alpha)$ und α . Die Streuung der Meßpunkte um die Gerade nach beiden Seiten betrug im Mittel 3,4 ‰, ihre Reproduzierbarkeit 1,9 ‰.

Es stellte sich während der Versuche heraus, daß die Sonde besonders empfindlich gegen kleinste Beschädigungen der Mündungen ist. Auch wirken sich leichte Unsymmetrien, wie etwa eine Abweichung von der kreisrunden Form des Innenkalibers und dessen exzentrische Lage sofort in einer Unsymmetrie des negativen und positiven Teiles der Charakteristik aus. Daß dagegen, wie vermutet, seitliche Anblasung der Sonde (bis zu $\beta = 5,71^\circ$ und $\alpha = 8,72^\circ$) im Rahmen der Meßgenauigkeit keinen Einfluß hat, ist ebenfalls aus Abb. 3 zu entnehmen.

IV. Einfaches Gerät zur Staudruckmessung mittels Zweifingersonde.

Auf Grund des Ergebnisses der vorausgegangenen Untersuchungen ergibt sich für die praktische An-

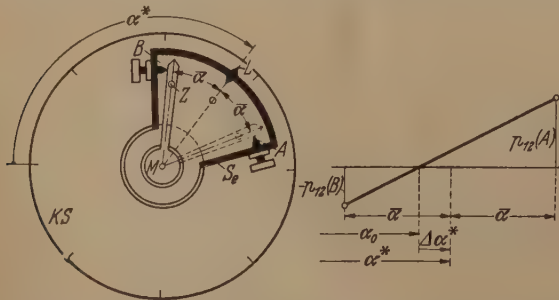


Abb. 4. Einfache Halterung für Zweifingersonde zur Staudruckmessung.

wendung der Zweifingersonde zu Staudruck- und Richtungsmessung ein besonders einfaches Verfahren, wenn man eine Anordnung nach Abb. 4 benutzt.

Diese besteht im wesentlichen aus einer eine Grateinteilung tragenden, fest mit dem Außenraum verbundenen Kreisscheibe KS , um deren Mittelachse M der Sektor S_e relativ zu ihr drehbar ist. Die zwei Anschläge A und B liegen genau symmetrisch um den Winkel $\bar{\alpha}$ zur Mittellage $M-L$. Relativ zu S_e und ebenfalls um M drehbar ist der Zeiger $M-Z$, welcher die zylindrische Sondenhalterung, deren Achse mit M zusammenfällt, trägt. Mittels Stöpsel Z kann jener in der Mittellage L relativ zu S_e arretiert werden. Der Winkel, den die Symmetrieachse der Sonde ($= x$ -Achse, Abb. 2a), gegenüber einem äußeren Koordinatensystem bildet, kann auf KS abgelesen werden, nachdem man nach der früher beschriebenen Methode¹ den Winkel zwischen der Symmetrieachse und der Richtung $M-Z$ bestimmt hat.

Da zur Festlegung der Neigung einer Geraden nur zwei Punkte notwendig sind, benötigt man hier zur Staudruckmessung im Gegensatz zu den Sonden mit gekrümmter Charakteristik nur zwei Meßpunkte. Diese ermittelt man mit Hilfe des beschriebenen Gerätes auf folgende sehr einfache Weise, wobei man gleichzeitig noch die genaue Richtung des Strömungsvektors erhält: Man verdreht den Sektor S_e mitsamt dem in der Nullage ML arretierten Zeiger Z solange, bis an den beiden Öffnungen der Zweifingersonde ungefähr Druckgleichheit herrscht. Dies sei bei dem Winkel α^* der Fall. Daraufhin hält man den Sektor S_e relativ zur Scheibe KS fest und legt den Zeiger Z nacheinander gegen die Anschläge A und B , wobei man jeweils die dazugehörigen Druckdifferenzen $p_{12}(A)$ und $p_{12}(B)$ mißt. Benutzt man eine einwandfrei hergestellte Sonde, bei welcher die Charakteristik überall gleiche Neigung besitzt, so läßt sich in einfacher Weise zunächst derjenige Winkel $\alpha_0 = \alpha^* - \Delta\alpha^*$ genau angeben, für welchen exakt $p_{12} = 0$ ist. Wie man leicht an Hand von Abb. 4 ableitet, ist

$$\Delta\alpha^* = \frac{p_{12}(A) + p_{12}(B)}{p_{12}(A) - p_{12}(B)} \cdot \bar{\alpha}.$$

Unter Benützung dieser Methode entfällt die Notwendigkeit, eine besondere Ablesevorrichtung für Bruchteile von Grad in Form eines Nonius anzubringen. Es genügt, die Mittellage L auf ganze oder halbe Gradstriche der äußeren Skala genau einzustellen.

Den Staudruck q erhält man mittels der beiden Werte $p_{12}(A)$ und $p_{12}(B)$ und dem experimentell durch Vorversuch bestimmten Eichfaktor C aus

$$q = C [p_{12}(A) - p_{12}(B)].$$

V. Einfluß der Turbulenz und der Kennzahl.

a) Turbulenz.

Einer besonderen Untersuchung bedarf hier noch die Frage, inwieweit eine etwa in der Strömung vorhandene Turbulenz die Messung des Staudruckes mit der Zweifingersonde beeinflusst. Ihre Wirkung auf die Charakteristik hat drei verschiedene Ursachen²:

1. Schwankende Anströmungsgeschwindigkeit $\bar{w} + \tilde{w}$,
2. Schwankende Anstellung $\bar{\alpha} + \tilde{\alpha}$,
3. Schwankende Schräganblasung $\bar{\beta} + \tilde{\beta}$.

¹ Siehe Anmerkung 1, S. 182.

² Hierbei ist der indirekte Einfluß der Turbulenz auf den Umweg über die Grenzschicht auf den Druckverlauf wegen

Da sich die Gegenwart der Schwankungsgröße \tilde{w} genau wie bei den sonstigen manometrischen Staudruckmessern in einer scheinbaren Erhöhung des Staudruckes auswirkt, ist dieser Effekt hier ohne besonderes Interesse. Dagegen verursachen die Anstellwinkelschwankungen, welche eine Folge der Querschwankungen \tilde{w}_z sind, möglicherweise einen Fehler, wenn der Anstellwinkel $\alpha_\eta = \bar{\alpha} + \tilde{\alpha}$ den geradlinigen Teil der Charakteristik überschreitet.

In dem vorliegenden Fall liegt diese Bereichsgrenze eher oberhalb 20° . Ist z. B. $\bar{\alpha} = 5^\circ$, so kann $\tilde{\alpha}$ Werte bis 15° annehmen, bzw. es kann der maximale Turbulenzgrad $T_m = \tilde{w}_z/\tilde{w} = \tan \tilde{\alpha}$ bis zu 26,8 % ansteigen, ohne daß das Meßergebnis durch schwankende Anstellung gefälscht wird.

Aus der Meßreihe, die mit einer Schräganblasung von $\beta = 5,71^\circ$ durchgeführt wurde, folgt für die Schwankungsgröße \tilde{w}_y mit Sicherheit, daß $\tan \tilde{\beta} = \tilde{w}_y/\tilde{w} = 10\%$ größte Turbulenz in der y -Richtung innerhalb der Meßgenauigkeit ohne Einfluß ist.

b) Kennzahl.

Streng genommen gilt die Charakteristik der Zweifingersonde wie jeder anderen Sonde auch nur bei demjenigen Kennwert, bei welchem sie aufgenommen wurde. Lediglich der Tatsache, daß sich bei höheren Reynoldsschen Zahlen die Strömung um den vorderen Staupunkt, in dessen unmittelbarer Nähe sich die Druckmeßbohrung befindet, weitgehend ähnlich bleibt und scharfkantige Körper sich besonders durch Kennzahlunempfindlichkeit auszeichnen, ist es zu verdanken, daß die Charakteristik in einem größeren Bereich unabhängig von der Geschwindigkeit ist. Aufgrund der Messungen von M. BARKER [5] und vor allem der ausgedehnten Untersuchungen von F. HOMANN [6], welche feststellten, daß der von Pitotrohren angezeigte Druck p unterhalb von $Re = w \cdot d/\nu = 120$ (d = Durchmesser, ν = kinematische Zähigkeit) vom wirklichen Gesamtdruck merklich abweicht und der Druckverlauf an Zylinder sonden von $Re = 250$ abwärts sich in zunehmendem Maße verändert, muß man annehmen, daß die oberhalb dieses Bereiches festgestellten Kennlinien darunter bestimmt nicht mehr brauchbar sind. Desgleichen macht sich auf der anderen Seite bei sehr hohen Reynoldsschen Zahlen der Einfluß der MACHschen Zahl bemerkbar.

Abschließend ergibt sich aus diesen Erörterungen die Forderung, daß auf alle Fälle in den besprochenen

einer bei scharfkantigen Sonden geringen Größe unberücksichtigt gelassen; bekanntlich ist er an vorne abgerundeten Körpern, wie Zylindern, oftmals nicht zu vernachlässigen. (siehe auch [8].)

extremen Bereichen die verwendeten Sonden bei verschiedenen, geeignet abgestuften Kennzahlen zu eichen sind.

Zusammenfassung und Schluß.

Die exakte experimentelle Bestimmung des statischen Druckes in einer Strömung zum Zwecke der Staudruckmessung macht manchmal Schwierigkeiten. Um auf die Kenntnis jener Größe hierbei überhaupt verzichten zu können, wird die Tatsache ausgenutzt, daß die Druckanzeige von Zylinder-, Pitot- und Zweifingersonde von ihrer Orientierung zum Strömungsvektor und dem lokalen Staudruck abhängt. Da diese Geräte nur eine einzige Druckmeßbohrung zu besitzen brauchen, können ihre Abmessungen so klein gehalten werden, daß Inhomogenitäten der Strömung und die durch das Einbringen der Sonden hervorgerufenen Störungen fast keine Rolle spielen. Es wird gezeigt, wie mit dem Pitotrohr statischer, Gesamt- und Staudruck sowie die Strömungsrichtung — mit der Zweifingersonde in einfacher Weise nur die beiden letzten Größen — ermittelt werden können. Der Einfluß von Turbulenz und Kennzahl wird diskutiert.

Die Brauchbarkeit der Zweifingersonde und einer näher beschriebenen Halterung wurde praktisch bei der Ausmessung des Strömungsfeldes um einen elliptischen Zylinder und in dessen Nachlauf, sowie zur Kontrolle der Überlegung bezüglich der Ermittlung des statischen Druckes in der Mischungszone eines Windkanalstromes in Verbindung mit einem Venturi-Pitot-Rohr [7] eingehend praktisch mit gutem Erfolg erprobt. Die entsprechenden Unterlagen sind nicht mehr zugänglich, so daß über diesbezügliche Einzelheiten nicht berichtet werden kann.

Herr Prof. Dr.-Ing. W. KAUFMANN gewährte mir die Möglichkeit, diese Messungen in seinem Laboratorium durchzuführen. Ich möchte ihm dafür auch an dieser Stelle meinen herzlichen Dank aussprechen.

Literatur. [1] KUMBRUCH, H.: Forsch. Gebiete Ingenieurwes. Heft 240 (1921). — [2] CHRISTIANI, K.: Lufo. 2, 101 (1928). — [3] LAVENDER, P.: R. M. 844, 281 (1923). — [4] MUTTRAY, M.: Lufo 15, 123 (1938). — [5] BARKER, M.: Proc. Roy. Soc. [London] A 101, 435 (1922). — [6] HOMANN, F.: Forsch. Gebiete Ingenieurwes. 7, 1 (1936). — Z. angew. Math. Mech. 16, 153 (1936). — [7] KIEL, G.: Lufo 12, 75 (1935). — [8] BOHL, E. v.: Ing. Arch. XI, 298 (1940). [9] Conrad, O.: ATM V 116,2 (Okt. 1950).

Dóz. Dr. hab. H. ST. STEFANIAK,
(13b) München 2, Walter v. Dyck-Pl. 1.
Laboratorium f. Strömungsmechanik
der Technischen Hochschule München.

Die Dämpfung schwingender Körper durch die Reibung am umgebenden Medium.

Von KURT VOELZ, Braunschweig.

(Eingegangen am 10. Januar 1951.)

t Zeit	Bezeichnungen.
ω Kreisfrequenz	
V Volumen des schwingenden Körpers	
F gesamte Oberfläche des schwingenden Körpers	
ρ Dichte des schwingenden Körpers	
ν kinematische Zähigkeit des umgebenden Mediums	
ρ Dichte des umgebenden Mediums	
\tilde{U}, v^* Amplituden der Schnelle	

δ logarithmisches Dekrement der Schwingungsamplitude.

Die Dämpfung einer um eine ihrer Achsen schwingenden Kugel und ebenso einer sich hin und her bewegenden Kugel durch das umgebende Medium ist schon von KIRCHHOFF [1] berechnet worden. Diese Rechnungen wurden von KLEMENČIĆ [2] auf Schwingungen von Zylindern erweitert, gleichzeitig hat

KLEMENČIĆ weitere Glieder der Reihenentwicklung angegeben. Die Dämpfung ist in allen betrachteten Fällen eine Folge der an der Körperoberfläche auftretenden Reibung zwischen dem schwingenden Körper und dem umgebenden Medium. Dabei bleibt dieses in hinreichend großer Entfernung von der Wand in Ruhe und wird nur in einer dünnen Schicht längs der Wand, der Grenzschicht, von dem schwingenden Körper mitbewegt. Man kann die umfangreichen Rechnungen vermeiden, wenn man nur diese Grenzschicht betrachtet. Die Dämpfung der Schwingungen ist dann gleich dem Verhältnis der von der Wandreibung verzehrten Energie zur gesamten in dem schwingenden Körper vorhandenen Energie. Man gelangt durch diese einfachen Betrachtungen zu derselben, praktisch meistens ausreichenden ersten Näherung, die auch KIRCHHOFF angibt¹. Die Verhältnisse liegen ähnlich wie bei der Dämpfung von Resonatorschwingungen, s. dazu [3].

In [3] wurde gezeigt, daß, wenn eine unendlich ausgedehnte, ebene Wand mit der Geschwindigkeit $u = U \cos \omega t$ in der Richtung einer in ihr enthaltenen Geraden hin und her bewegt wird, pro Flächeneinheit die Energie $\pi \rho U^2 \sqrt{\frac{\nu}{2\omega}}$ verloren geht. Wir nehmen nun an, daß

diese Energie auch an der Oberfläche des schwingenden Körpers verzehrt wird, wenn wir unter U die an der betreffenden Stelle herrschende Schnelle v^* der Schwingung verstehen. Dazu sind wir berechtigt, wenn die Abmessungen des schwingenden Körpers und die Krümmungshalbmesser seiner Oberfläche groß gegenüber der Grenzschichtdicke δ sind, die, wie in [3], da-

durch gegeben ist, daß der Wert $e^{-\delta \sqrt{\frac{\omega}{2\nu}}} \ll 1$ wird. Die an der gesamten Oberfläche verloren gehende Energie wird dann

$$\Delta A = \pi \rho \sqrt{\frac{\nu}{2\omega}} \int_F v^{*2} dF.$$

Die gesamte im schwingenden Körper vorhandene Energie ist

$$E_0 = \frac{\rho'}{2} \int_V v^{*2} dV.$$

Der Verlust während einer Periode ist wieder wie in [3]

$$\Delta E = \frac{4\pi\varepsilon}{\omega} E_0.$$

Diese Energie wird durch die Reibung an der Wand verzehrt und ist gleich der Arbeit ΔA . Daraus folgt für das logarithmische Dekrement

$$\vartheta = \frac{2\pi\varepsilon}{\omega} = \frac{\Delta A}{2E_0}.$$

Als Beispiel möge die Dämpfung der Torsionsschwingungen, der Längsschwingungen und der Biegeschwingungen eines kreisrunden Zylinders berechnet werden. Es mögen folgende Bezeichnungen gelten:

x, r, φ Zylinderkoordinaten, die x -Achse liege in der Zylinderachse, ihr Nullpunkt in der einen Stirnfläche.

R Halbmesser

P Umfang

l Länge

Q Querschnittsfläche.

¹ Bei dem Vergleich unserer Ergebnisse mit denen von KIRCHHOFF und KLEMENČIĆ ist zu beachten, daß KIRCHHOFF unter Schwingungsdauer die Zeit von einem Nulldurchgang bis zum nächsten versteht. Die Außerachtlassung dieser Tatsache hat auch zu Mißverständnissen bei der Wiedergabe der Formeln im Handbuch d. Physik, Bd. 8, S. 213 geführt.

1. Torsionsschwingungen.

Die Schnelle ist durch

$$v^* = \Omega \cdot r \cdot H(x)$$

gegeben. Damit wird

$$\Delta A = \pi \rho \sqrt{\frac{\nu}{2\omega}} \cdot 2\pi \cdot R^3 \cdot \Omega^2 \int_0^l H^2(x) dx,$$

$$E_0 = \frac{\rho'}{2} \cdot 2\pi \cdot \frac{R^4}{4} \cdot \Omega^2 \int_0^l H^2(x) dx$$

und

$$\vartheta = \frac{2\pi}{R} \cdot \frac{\rho}{\rho'} \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}.$$

Hier hinzu kommt gegebenenfalls noch die Reibung an den beiden Endflächen:

$$\Delta A' = \pi \rho \sqrt{\frac{\nu}{2\omega}} \Omega^2 \cdot 2\pi \cdot \frac{R^4}{4} [H^2(l) + H^2(0)].$$

Ist $H(x) = \cos \frac{m\pi x}{l}$ und der Zylinder in einem oder mehreren Knoten befestigt, so ist der Betrag

$$\vartheta' = \frac{2\pi}{l} \cdot \frac{\rho}{\rho'} \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}$$

zu dem obigen Wert hinzuzuaddieren. Die Hälfte dieses Wertes ist zu nehmen, wenn der Zylinder an der einen Stirnfläche befestigt ist und am anderen Ende sich ein Schwingungsbauch befindet.

2. Längsschwingungen.

Wir nehmen an, daß die Länge des Zylinders sehr groß gegenüber seinem Durchmesser ist, so daß seine Schwingungen nur durch die Reibung am Zylinder mantel gedämpft werden und die Strahlung von den Stirnflächen dagegen vernachlässigt werden kann. Andernfalls ist diese gesondert zu berechnen und zu der Reibungsdämpfung hinzuzuaddieren. Die Schnelle ist in jedem Schnitt quer zur Achse $x = \text{const}$ konstant: $v^* = v_0^* \cdot H(x)$. Damit wird

$$\Delta A = \pi \rho \sqrt{\frac{\nu}{2\omega}} \cdot v_0^{*2} \cdot 2\pi R \cdot \int_0^l H^2(x) dx,$$

$$E_0 = \frac{\rho'}{2} v_0^{*2} \cdot \pi R^2 \int_0^l H^2(x) dx$$

und

$$\vartheta = \frac{\pi}{R} \cdot \frac{\rho}{\rho'} \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}.$$

Dieses Ergebnis läßt sich leicht auf einen Zylinder mit beliebigem Querschnitt ausdehnen, hier gilt

$$\vartheta = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{P}{Q} \cdot \frac{\rho}{\rho'} \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}.$$

3. Biegeschwingungen.

Die Schnelle v^* ist wieder nur von x abhängig: $v^* = v_0^* \cdot H(x)$, so daß wieder

$$E_0 = \frac{\rho' v_0^{*2} \pi R^2}{2} \int_0^l H^2(x) dx.$$

Jede Querschnittsfläche $x = \text{const}$ bewegt sich senkrecht zur Zylinderachse. Die Schnelle v_0^* der Luft ist aber nicht mehr an allen Stellen des Zylinderumfangs die gleiche. In erster Linie können wir annehmen, daß sie um den Zylinderumfang ebenso verteilt ist wie bei der Potentialströmung um einen unendlich langen Zylinder, der quer zu seiner Achse mit der Geschwindig-

mit $v_0^* \cdot H(x)$ angeströmt wird. Dann beträgt sie auf dem Umfang¹

$$v^* = 2 v_0^* \cdot H(x) \cdot \sin \varphi,$$

wenn φ von einem Staupunkt aus gezählt wird. Damit wird

$$\begin{aligned} \Delta A &= \pi \varrho \int \sqrt{\frac{v}{2\omega}} \cdot 4 v_0^{*2} \int_0^{2\pi} \sin^2 \varphi \cdot R d\varphi \cdot \int_0^l H^2(x) dx \\ &= 4 \pi^2 \varrho v_0^{*2} \cdot R \int_0^l H^2(x) dx \end{aligned}$$

$$\vartheta = \frac{2\pi}{R} \cdot \frac{\varrho}{\varrho'} \sqrt{\frac{2v}{\omega}}.$$

Auch hier ist natürlich wieder die von der Befestigung abhängige Reibung an den Endflächen zu berücksichtigen, für die

$$\Delta A' = \pi \varrho \sqrt{\frac{v}{2\omega}} \cdot \pi R^2 \cdot v_0^* \cdot [H^2(l) + H^2(0)]$$

¹ Die komplexe Strömungsfunktion ist $S = \Phi + i\Psi = v_0^* H(x) \left(z + \frac{R^2}{z} \right)$. Auf dem Kreis $z = R e^{i\varphi}$ wird $\Psi = 0$, so daß

Stromlinie ist. Die konjugiert komplexe Geschwindigkeit dann $\bar{v} = \frac{dS}{dz} = v_0^* \cdot H(x) \left(1 - \frac{R^2}{z^2} \right)$. Daraus folgt für $|v|$

auf dem Kreis $z = R e^{i\varphi}$ der obige Wert.

gilt. Sind die beiden Enden wieder frei, so ist das zusätzliche Dämpfungsdekrement

$$\vartheta = \frac{2\pi}{l} \cdot \frac{\varrho}{\varrho'} \sqrt{\frac{2v}{\omega}}$$

und im Falle eines freien Endes die Hälfte davon.

Zusammenfassung.

Es wird gezeigt, wie man durch einfache Grenzschichtbetrachtungen die Dämpfung schwingender Körper durch Reibung am umgebenden Medium näherungsweise berechnen kann. Für Torsions-, Längs- und Biegeschwingungen eines Zylinders wird die Dämpfung berechnet. Soweit vergleichbar, stimmen die Ergebnisse mit denen von KIRCHHOFF überein.

Herrn Professor KNESER danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit, der Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft für die Ermöglichung der Durchführung durch Gewährung eines Stipendiums.

Literatur. [1] KIRCHHOFF, G.: Vorlesungen über mathem. Physik, Bd. Mechanik, S. 385. Leipzig 1876. — [2] KLEMENČIČ, J.: Sitz.-Ber. der math.-naturw. Klasse der Kais. Akad. der Wissensch. Wien, 84. Bd., 2. Abt., S. 146. — [3] VOELZ, K.: Die Dämpfung von Resonatoren. Z. angew. Phys. 3, 67 (1951).

Dr. KURT VOELZ, Braunschweig-Lehndorf, Mettlacherstr. 30.

Die elektrostatische Linse als hochauflösendes Geschwindigkeitsfilter.

Von G. MÖLLENSTEDT und O. RANG.

(Aus den Süddeutschen Laboratorien, Mosbach.)

Mit 5 Textabbildungen.

(Eingegangen am 18. Dezember 1950.)

Bei der Wechselwirkung von schnellen Elektronen mit Materie sind zwei Elementarprozesse möglich. Während die elastische Streuung im Coulomb-Feld des Atomkerns ohne Energieverlust stattfindet, ist die unelastische Streuung an den Elektronen der Atomhülle mit Energie-Abgabe verbunden. Ein zunächst in der Geschwindigkeitsverteilung homogener Elektronenstrahl wird daher beim Durchgang durch Materie bezüglich seiner Geschwindigkeit inhomogen. Analog zur Optik nennt man diesen Vorgang chromatische Streuung. G. RUTHEMANN [1] hat mit einem magnetischen Spektrographen das Spektrum von 8 kV-Elektronen photographiert. Die Foliendicke betrug etwa 100 Å. Er fand diskrete Energieverluste. Gleichartige Spektren zeigte der hochauflösende elektrostatische Geschwindigkeits-Analysator [2] bei einer Strahlenerzeugung von 50 kV, wie sie im Elektronenmikroskop zur Anwendung findet.

H. BÖRSCH [3] hat vorgeschlagen, die chromatisch gestreuten Elektronen in mikroskopischen Strahlenbündeln auszufiltern, um die Bildqualität durch Steigerung des Kontrastes zu erhöhen. Dazu sind zwei Verfahren bekannt. Erstens wurde versucht, einen magnetischen Spektrographen [4] zu verwenden, um damit ein Spektrum die unerwünschten Elektronen auszuwählen. Zweitens wurde über ein Filter [5], das nach der Gegenfeldmethode arbeitet, berichtet: Ein feinmaschiges Netz in einer Zwischenbildebene wird auf ein hohes Bremspotential gebracht, daß nur Elektronen durchtreten können, die wenige e-Volt Energie mehr haben als das Bremspotential beträgt. Eine Linse

bildet mit Hilfe der durchgetretenen Elektronen die Ebene des Netzes auf einem Leuchtschirm ab. So entsteht ein gefiltertes Elektronenbild. Obwohl diese Filtermethoden schon zu schönen Ergebnissen geführt haben, glauben die Verfasser, daß auch die im folgenden ausgeführte Methode der Filterung für die Elektronenoptik von Bedeutung ist.

Die Bedingungen, unter denen eine elektrostatische Linse zur Reflexion chromatisch gestreuter Elektronen geeignet ist, wurden bereits auf der Elektronenoptikertagung in Mosbach 1949 von dem erstgenannten Verfasser dargelegt. Es ist bekannt, daß die elektrostatische Linse infolge der negativen Spannung an einer Elektrode stark verlangsamte Elektronen (etwa Sekundär-Elektronen) zurückhält [6], [7]. Das Geschwindigkeitsspektrum von schnellen Elektronen, die übermikroskopische Objekte durchstrahlen haben, zeigt, daß die diskreten Verluste der meisten Substanzen erst bei etwa 10 bis 15 eV einsetzen. Es ist daher vom Elektronenfilter zu fordern, daß es alle unelastisch gestreuten Elektronen ab 10 eV Energieverlust reflektiert und daß es mittels der durchgelassenen Elektronen ein scharfes Bild mit ausreichend großem Gesichtsfeld zeichnet. Die Voraussetzungen dazu sind:

1. Das Potential in der Linsenmitte ist stark negativ zu wählen, daß es möglichst nur 10 V positiver ist als die (negative) Beschleunigungs-Spannung.

2. Die Elektrodenform ist so vorzugeben, daß der Arbeitspunkt in einem höheren (2. oder 3.) Brechkraftmaximum [8] liegt. (Siehe Abb. 1 und 2.) Dies ist nötig, um die Farbabhängigkeit der Vergrößerung zu

vermeiden, die durch die chromatische Anfangsstreuung der aus der Glühkathode kommenden Elektronen verursacht werden könnte.

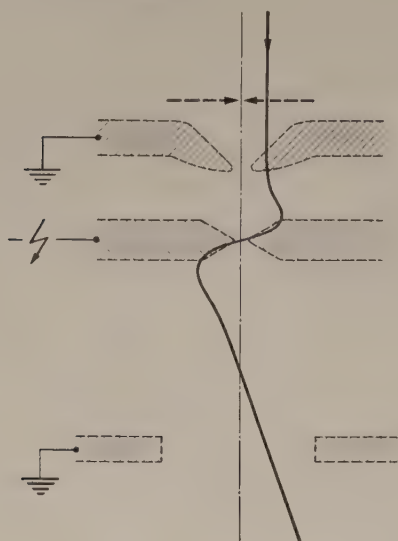


Abb. 1. Filterlinse mit stark schematisch eingezeichneten Elektronenbahn. Radial-Abstände der Bahn 20fach überhöht.

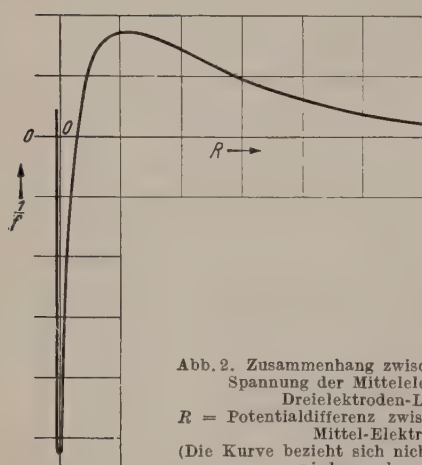


Abb. 2. Zusammenhang zwischen Brechkraft und Spannung der Mittlelektrode einer Dreielektroden-Linse.
 R = Potentialdifferenz zwischen Kathode und Mittel-Elektrode.
(Die Kurve bezieht sich nicht auf die in Abb. 1 wiedergegebene Linse.)

3. Die Filterlinse muß als Projektiv benutzt werden. Dies ist erforderlich, da eine so scharf angespannte Linse einen großen Öffnungsfehler hat. Wegen der schon in Punkt 2) angeführten chromatischen Streubreite der Glühkathode tritt auch die chromatische Aberration in Erscheinung und gibt einen weiteren Grund für die Einschränkung der Apertur und damit für die Verwendung der Filterlinse als Projektiv.

4. Eine Blende vor der Filterlinse begrenzt den Durchlaßbereich so, daß nur der verzeichnungsfreie [8], [9], [10] zentrale Linsenbereich benutzt wird.

F. HEISE und O. RANG [8] hatten an dem Beispiel eines mit nur einer Linse dreistufig abgebildeten Netzes gezeigt, daß eine Linse selbst dann noch erkennbare Bilder liefert, wenn die negative Anspannung der Mittlelektrode zur Filterung im Sinne obiger Bedingungen ausreicht. Eine von M. SCHIEKEL [11] durchgeführte theoretische Arbeit, in der die Abhängigkeit der Filtereigenschaft vom Potentialverlauf untersucht wurde, führte zu dem Ergebnis, daß eine elektrostatische Linse unter obigen Bedingungen noch Bilder liefern mußte, die in der Qualität nicht hinter den bis-

herigen Elektronenbildern zurückstehen. Es wurden daher entsprechende Versuche durchgeführt, deren erste Ergebnisse Abb. 3 bis 5 zeigen.



Abb. 3. Zinkoxydnadeln, Dunkelfeldabbildung.
a ungefiltert; b gefiltert (13 V).

Die Abb. 3a und 3b, 4a und 4b zeigen die Wirkung einer Filterlinse. Abb. 3a stellt eine Dunkelfeldaufnahme von Zinkoxydnadeln dar. Um die chromati-

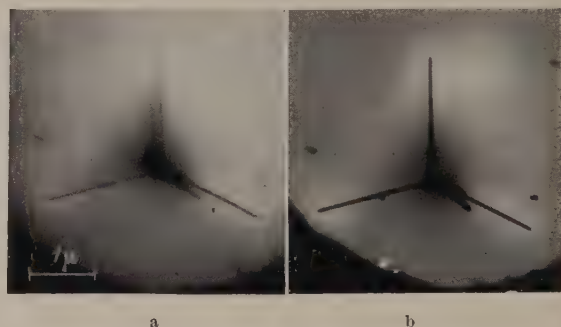


Abb. 4. Zinkoxydkristall auf dicker Collodium-Folie.
a ungefiltert; b gefiltert (13 V).

schen Verluste deutlich zu demonstrieren, wurde bei dieser Aufnahme das Zwischenbild im Randgebiet eines Projektivs nachvergrößert. In Abb. 3b wurde an

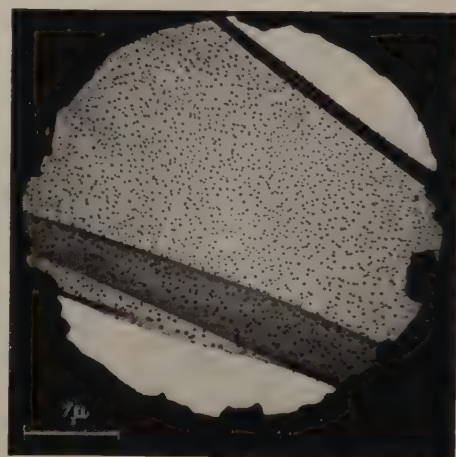


Abb. 5. Gefilterte Aufnahme (15 V) einer verunreinigten Collodium-Folie. Bildpunktzahl je Durchmesser mindestens 200.

Stelle dieses Projektivs die Filterlinse benutzt. Sie bildete dabei zweistufig ab und war verzeichnungsfrei. Ihr Arbeitspunkt lag also im zweiten Brechkraftmaximum. Die Beschleunigungsspannung betrug 40 kV.

Elektrodenform und angelegte Spannung waren so gewählt, daß alle Elektronen, die mehr als 13 eV Energieverlust erlitten hatten, im Linsen-Potentialfeld reflektiert wurden.

In Abb. 4a treten die chromatischen Verluste in Form einer Dezentrierung des Beleuchtungssystems hervor [12]. Durch die chromatische Streuung an der dünnen Collodiumfolie erscheint der Zinkoxydkristall doppelt. In Abb. 4b ist der „chromatische Begleiter“ ausgefiltert.

In Abb. 5 sind die an Collodium chromatisch gestreuten Elektronen, Hauptverlust 20 eV, ausgefiltert. Aus der Aufnahme erkennt man, daß Abbildungsgüte und Gesichtsfeld den in der Übermikroskopie zu stellenden Anforderungen entsprechen. Ein Maß dafür ist nach einem Vorschlag von O. SCHERZER die Anzahl der Bildpunkte auf einem Durchmesser des Gesichtsfeldes. Sie beträgt bei der gezeigten Aufnahme mindestens 200.

Zusammenfassung.

Die elektrostatische Dreielektroden-Linse mit zentraler Mittelelektrode hat die Eigenschaft, alle Elektronen, deren Voltgeschwindigkeit zur Überwindung des Potentialsattels auf der optischen Achse nicht aus-

reicht, zu reflektieren. Bei geeignet gewähltem Potentialverlauf kann eine solche Linse als Elektronenfilter in der Übermikroskopie verwendet werden. Es gelingt, die Kontraststeigerung durch Beseitigung der unelastisch gestreuten Elektronen mittels einer Filterlinse bei einer Strahlspannung von 40 kV zu demonstrieren. Es wird ferner der experimentelle Nachweis der Abbildungsgüte einer Filterlinse durch die Wiedergabe eines Bildes mit 200 Bildpunkten je Durchmesser erbracht.

Literatur. [1] RUTHEMANN, G.: Ann. Physik **6**, 113, (1948). — [2] MÖLLENSTEDT, G. u. F. HEISE: Physik. Bl. **5**, 80 (1949). — MÖLLENSTEDT, G.: Optik **5**, 499 (1949). — [3] BÖRSCH, H.: Mikrochem. **76**, 96 u. 163 (1946). — [4] MÖLLENSTEDT, G.: Physik. Bl. **3**, 285 (1947). — [5] BÖRSCH, H.: Naturwiss. **25**, 26 (1948). — BÖRSCH, H.: Optik **5**, 436 (1949). — [6] BEHNE, R.: Ann. Physik **26**, 372 (1936). — [7] BRÜCHE, E. u. A. RECKNAGEL: Elektronengeräte, Prinzipien und Systematik. Berlin: Springer, 1941, S. 125. — [8] HEISE, F. u. O. RANG: Optik **5**, 201 (1949). — [9] RANG, O.: Optik **4**, 251 (1948). — [10] HEISE, F.: Optik **5**, 479 (1949). — [11] SCHIEKEL, M.: Diplom-Arbeit der T. H. Darmstadt; vgl. auch O. SCHERZER: Méthodes pour éliminer les aberrations sphérique et chromatique, Vortrag in Paris, September 1950. — [12] MÖLLENSTEDT, G.: Optik **6**, 251 (1950).

G. MÖLLENSTEDT. O. RANG.

Süddeutsche Laboratorien, (17a) Mosbach/Baden

Graphische Methode zur näherungsweisen Bestimmung von Trägerbahnen in elektrostatischen Linsen unter Berücksichtigung des Raumladungseinflusses.

Von W. WALCHER.

(Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Universität Marburg/Lahn.)

Mit 4 Textabbildungen.

(Eingegangen am 30. November 1950.)

Der Einfluß der Raumladung auf freie Trägerbündel an einem mehrfach Gegenstand von rechnerischen Überlegungen und Versuchen gewesen [1]—[4]. Gegenüber dem einfacheren Fall stößt die Behandlung des Verlaufes der Trägerbündeln in elektrischen Potentialfeldern auf die gleichzeitige Berücksichtigung der Raumladung größere Schwierigkeiten [5]. Hier kann in manchen Fällen eine graphische Methode angewandt werden; da bei der Beurteilung eines Linsensystems für einen lichtstarken Massenspektrographen nützliche Dienste geleistet hat, soll sie hier kurz mitgeteilt werden.

In einem zylindrischen Trägerbündel mit dem Radius r_0 und der Stromdichte j_0 herrscht am Rande die von der Raumladung verursachende Radial-Feldstärke [1]

$$E_r = \frac{i}{2\pi\epsilon_0 v \cdot r} \quad (1)$$

mit $i = \pi r_0^2 \cdot j_0$ = Bündelstromstärke, r = Bündelradius, ϵ_0 = Influenzkonstante, v = Trägergeschwindigkeit.

Diese Gleichung bleibt näherungsweise auch dann noch gültig, wenn das Bündel schwach divergent oder konvergent ist ($r = r(x)$), wenn es sich also — wie im folgenden stets vorausgesetzt sein soll — um „schlanke“ Bündel handelt. Durch dieses elektrische Feld wird ein Träger am Rande des Bündels — für die inneren gilt

analoges, vgl. hierzu z. B. [6] — radial beschleunigt:

$$b_r = \frac{q \cdot Z}{m} \cdot E_r \quad (2)$$

m = Trägermasse, q = Elementarladung,

Z = Wertigkeit.

Bewegt sich nun ein rotationssymmetrisches Trägerbündel in einem durch seine Potentialflächen vorgegebenen Feld (Abb. 2), so kann sein Verlauf graphisch

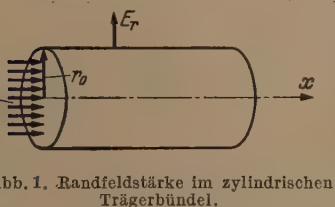


Abb. 1. Randfeldstärke im zylindrischen Trägerbündel.

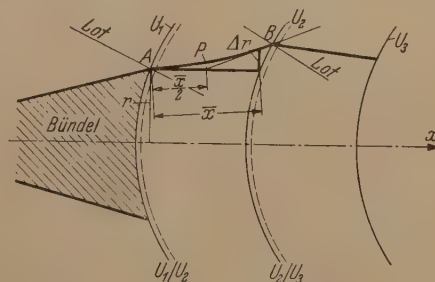


Abb. 2. Konstruktion der Trägerbahnen.

folgendermaßen ermittelt werden: Der stetige Potentialanstieg $U_1, U_2, U_3 \dots$ wird ersetzt durch Potentialsprünge $U_1/U_2; U_2/U_3 \dots$ (vgl. Abb. 2); an diesen Potentialsprüngen werden die Trägerbahnen nach dem trägeroptischen Brechungsgesetz [5] gebrochen. Zwischen den Potentialsprüngen — also in einem Raum konstanten Potentials — unterliegen die Träger allein dem Einfluß der Raumladungsfeldstärke nach Gl.(1). In diesem Gebiet sind die Trägerbahnen also — in der

vorliegenden Näherung — *Parabeln* mit einer Anfangstangente, die durch den am Potentialsprung „gebrochenen Strahl“ gegeben wird, und einem quadratischen

potentialsprung „einfallende Strahl“ ist die Tangente P in B ; sie kann durch Benutzung einer bekannten Parabeleigenschaft sofort konstruiert werden (siehe

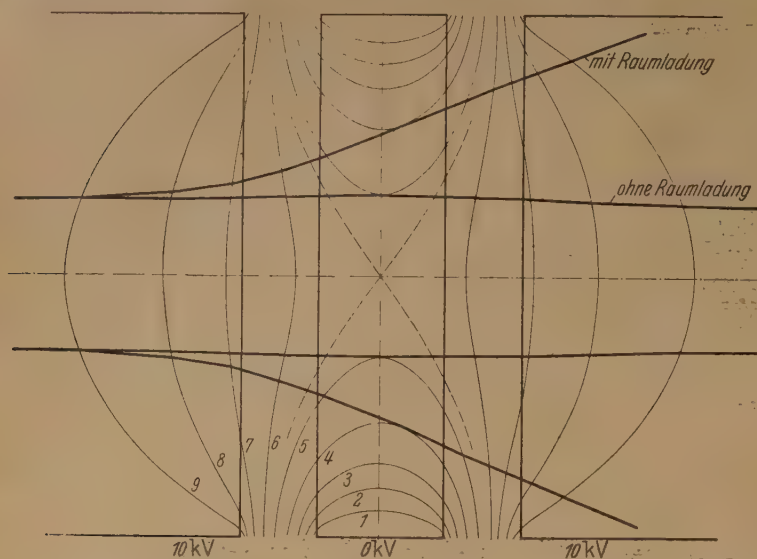


Abb. 3. Verlauf der Trägerbahnen in einer Rohrlinse ohne und mit Raumladung: Verzögerungslinse; Bündelstrom $i = 10^4 \mu A$; $M = 100$; $Z = 1$. Beschleunigungsspannung $U = 10$ kV. Die Konstante C von Gl. (4) muß nach jeder Brechung wegen des veränderten U neu berechnet werden.

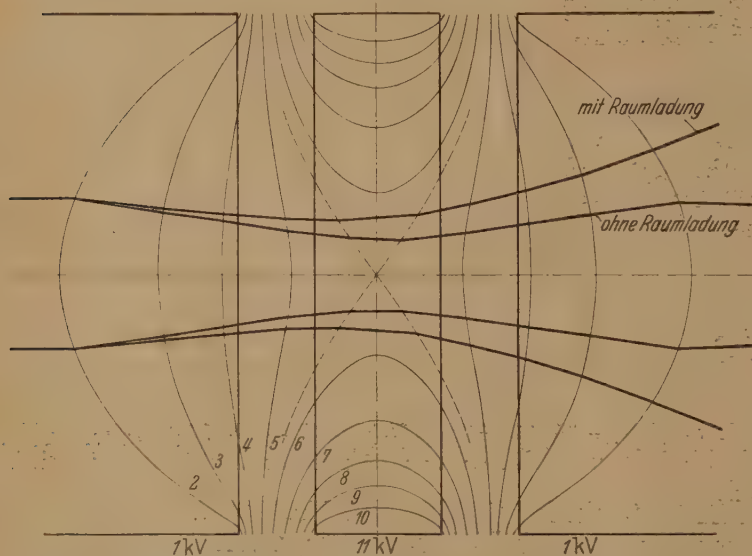


Abb. 4. Verlauf der Trägerbahnen in einer Rohrlinse ohne und mit Raumladung: Beschleunigungslinse; Bündelstrom $i = 10^5 \mu A$; $M = 100$; $Z = 1$; Beschleunigungsspannung $U = 1$ kV.

Zuwachs (vgl. die Bezeichnungen der Abb. 2)

$$\Delta r = \frac{1}{2} b_r \cdot t^2 = \frac{1}{2} \frac{q Z}{m} \frac{i}{2 \pi \epsilon_0 v \cdot r} \frac{\bar{x}^2}{v^2} \quad (3)$$

oder

$$\Delta r = 1,023 \cdot 10^{-5} \frac{i \sqrt{M}}{\sqrt{U^3} \sqrt{Z}} \frac{\bar{x}^2}{r} = C \frac{\bar{x}^2}{r} \quad (4)$$

i in μA ; U in kV; M = Massenzahl; U ist dabei die jeweils vom Träger durchlaufene Spannung.

Die Parabel P (Abb. 2) trifft an der Stelle B den nächstfolgenden Potentialsprung. Der auf diesen Po-

Abb. 2). Zur Konstruktion des gebrochenen Strahls kann eines der bekannten Verfahren angewandt werden.

Die Methode beruht also darin, daß der Einfluß des freien Potentialfelds in die „Potentialsprünge“ und derjenige der Raumladung in die Zwischenräume, wo die Bahn elementar zu berechnen ist, verlegt wird. Aus Gl. (3) ergibt sich, daß die Raumladungszerstreuungswirkung proportional der Einfallshöhe ist (i/r), wo i der durch die jeweilige betrachtete Kreisfläche vom Radius gehende Strom ist), also insofern der Gaußschen Dioptrik gehorcht.

In Abb. 3 und 4 sind für die angegebene Methode zwei Beispiele wieder gegeben; das in die Linse einfallende Bündel ist dabei als Parallelbündel angenommen. Alles Wesentliche enthält die Unterschrift:

Das Verfahren läßt sich auch auf einen „Trägerband“ [6] von „unendlicher Breite in einer Zylinderlinse anwenden. Hierfür ist die Randfeldstärke

$$E_y = \frac{j_0 y_0}{\epsilon_0 v} \quad (1a)$$

j_0 = Bandstromdichte,

y_0 = halbe Bandhöhe in einem Anfangsquerschnitt, dementsprechend die Beschleunigung

$$b_y = \frac{q Z j_0 y_0}{m \epsilon_0 v} \quad (2a)$$

Auch hier kann die Bahn näherungsweise durch eine Parabel ersetzt werden mit dem Zuwachs

$$\Delta y = \frac{j_0 \sqrt{M} y_0}{15560 \sqrt{U^3} \sqrt{Z}} \cdot \bar{x}^2 \quad (3a)$$

j_0 in $\mu A/cm^2$, U in kV,

M = Massenzahl,

Z = Wertigkeit.

Hier ist im Gegensatz zu Gl. (3) Δy vom Maßstab der Zeichnung abhängig, was man bei der Auswertung leicht

berücksichtigen kann (macht man in der Zeichnung die Liniendimensionen a mal so groß, so ist zu

setzen $\Delta y = \frac{1}{a} \cdot C \cdot \bar{x}^2$).

Literatur. [1] WATSON, E. E.: Philos. Mag. 3, 849 (1927). — [2] BORRIES, B. v. u. J. DOSSE: Arch. Elektrotechn. 32, 22 (1938). — [3] THOMPSON, B. J. u. L. B. HEADRICK: Proc. Inst. Radio Engr. 28, 318 (1940). — [4] HOUTERMANS, F. G. u. K. H. RIEWE: Arch. Elektrotechn. 35, 686 (1941). — [5] BRÜCHE, E. u. O. SCHERZER: Geometrische Elektronenoptik, Berlin 1934. — A. A. RUSTERHOLZ: Bull. Schweiz. Elektrotechn. Ver. 41, 6 (1950). — [6] WALCHER, W.: Z. Physik 121, 719 (1943).

Professor W. WALCHER, Marburg/Lahn, Renthof 5.

Berichte.

Der Stand der Röntgendosimetrie.

Von R. JAEGER, Braunschweig und Frankfurt a. M.

(Eingegangen am 22. Dezember 1950.)

Vor 25 Jahren etwa begann man damit, die physikalischen Grundlagen der Dosimetrie von Röntgenstrahlen solider aufzubauen, indem man sich aus der Fülle der im Gebrauch befindlichen Meßmethoden, wie der Verfärbung von Farbstoffen, Photometrie von Lichtstufen, Schwärzung der photographischen Emulsion und Widerstandsänderung von Selen, die zuverlässigste und am genauesten reproduzierbare, die Ionisation der Luft, als Standardmethode herauswählte.

Die Wahl der Luft hatte verschiedene Gründe. Gesehen davon, daß dieses Meßagens leicht und bequem verfügbar ist, spielt die Tatsache eine grundlegende Rolle, daß in dem damals für die Therapie geeigneten Spektralbereich der Schwächungskoeffizient der Luft und des Wassers recht genau parallel verlaufen. Da man aber Wasser grob betrachtet im Mittel als Ersatz (Phantom) für das weiche Gewebe ansehen kann, so war durch die Beziehung auf die Luft wenigstens ein der Gewebsabsorption einigermaßen gepaßter Verlauf der gemessenen Ionisation gewährleistet.

Das „Röntgen“.

Nach langjährigen Vorarbeiten, insbesondere von MILLARD, SOLOMON, HOLTHUSEN, CHRISTEN, FRIEDRICH, KÜSTNER, K. W. HAUSER mit BERG, SCHWERDTGER u. THALLER sowie BEHNKEN zusammen mit JAEGER konnte der dringende Wunsch der Röntgenologen nach einer Maßeinheit für die Dosimetrie erfüllt werden. Im Jahre 1928 wurde auf dem 2. Internationalen Radiologenkongreß in Stockholm durch den deutschen Delegierten BEHNKEN (PTR) einreichende Vorschlag für eine Röntgendosiseinheit mit geringfügigen Änderungen als internationale Einheit angenommen. Zum Unterschied gegen die deutsche Definition des „Röntgen“ R wurde die internationale Einheit der Dosis mit der Bezeichnung r versehen. Dies widerspricht leider der sonst im internationalen Gebrauch im allgemeinen geübten Gepflogenheit, die von Eigennamen abgeleiteten Einheiten mit großen Buchstaben abzukürzen.

Wie H. HOLTHUSEN [8] kürzlich auf seinem Vortrag anlässlich des physikalisch-technischen Fortbildungskurses der Deutschen Röntgengesellschaft in Freiburg dargelegt hat, verwenden wir bei der Röntgendosis einen ursprünglich pharmakologischen Begriff für einen physikalischen Sachverhalt. Bei dem Begriff „Dosis“ spielt der Gedanke an die von ihr ausgeübte biologische Wirkung mit hinein (Erythemdosis, Pilationsdosis, Kastrationsdosis). CHRISTEN definierte 1931 die Röntgendosis als diejenige Röntgenenergie, die in einem Körperelement absorbiert wird, dividiert durch das Volumen dieses Elementes. Der Gedanke, die Intensität der Strahlung physikalisch zu messen und durch Berücksichtigung der Absorptionskoeffizienten des Gewebes zu der in diesem zur Wirkung kommenden Dosis zu gelangen, erwies sich infolge der verschiedenartigen Absorptions- und Streuerhältnisse im Gewebe, der inhomogenen therapeu-

tischen Strahlenqualität und deren Änderung durch Eigenfilterung des Gewebes selbst als viel zu kompliziert, und man mußte notgedrungen einen anderen Weg einschlagen.

Dieser Weg bestand darin, aus der Wirkung der Strahlung auf ein physikalisches Agens auf die am Ort der Applikation wirkende Dosis zu schließen. Die Maßeinheit Röntgen ist nun das Standardmaß, aus dem die biologische Korrelation abgeleitet werden kann. Diese Tatsache hat viele Diskussionen im Gefolge gehabt, die alle schließlich in dem Dilemma gipfelten: Man kann eine physikalische, gut reproduzierbare und exakt meßbare Maßeinheit festlegen, dann ist sie aber kein Maß der wirklichen Röntgendosis im theoretischen Sinne, oder man definiert eine radiologisch und biophysikalisch befriedigende „Dosis-einheit“, dann kann man sie nicht messen, oder auch wieder nur indirekt am Phantom oder der Leiche ermitteln. Auf alle Fälle muß man sich bei allen Überlegungen dieser Art der genannten grundsätzlichen und schwer zu überwindenden Schwierigkeit bewußt sein.

Wir besitzen als Maßeinheit für die Dosimetrie das Internationale Röntgen, das auch nach den neuen Beschlüssen der Internationalen Kommission für Radiologische Einheiten in London 1950 gemäß der letzten Definition in Chicago 1937 für den Bereich der üblichen Röntgen- und Gammastrahltherapie beibehalten wird und folgenden Wortlaut hat¹:

„The roentgen shall be the quantity of X-ray or gamma radiation such that the associated corpuscular emission per 0,001293 gram of air produces, in air, ions carrying 1 electrostatic unit of quantity of electricity of either sign.“

Wir können diese Definition am besten dadurch ausdrücken, daß wir sagen:

Dort, wo in 1,293 mg Luft infolge der durch Röntgenstrahlung ausgelösten Korpuskular- (Elektronen-)strahlung Ionen beiderlei Vorzeichens in solcher Menge ausgelöst werden, daß eine elektrostatische Einheit transportiert wird, haben wir 1 Röntgen (r).

Dabei ist stillschweigend angenommen, daß die Luft trocken ist und daß die Ionen bei Sättigungsspannung gemessen werden.

Das „Röntgen“ ist also nicht gleich einer Ionisation pro Masseneinheit, sondern einer solchen Größe äquivalent. Man hat das Röntgen mit voller Absicht als eine Röntgenstrahlung formuliert. Man kann schreiben: 1 r entspricht $\frac{1 \text{ ESE}}{0,001293 \text{ g Luft}} = 773,3 \text{ ESE pro Masseneinheit Luft}$.

Über die Beziehungen dieser Einheit zu den energetischen Größen und den anderen radiologischen Einheiten ist ein größerer Bericht von RAJEWSKY und

¹ Die Veröffentlichung der Beschlüsse des International Committee of Radiological Units (I.C.R.U.) wird zusammen mit denen des International Committee of Radiological Protection (I.C.R.P.) in den Radiologischen Fachzeitschriften erfolgen.

dem Verfasser in Arbeit. Das „Röntgen“ hat in seiner jetzigen Form seine Aufgabe, die klinische Dosimetrie auf eine exaktere Basis zu stellen, in vollstem Maße erfüllt, und erst seit seiner Einführung konnten in den verschiedenen Ländern der Erde vergleichbare radiologische Ergebnisse erzielt werden.

Das Röntgen war von Anfang an als ein exakter physikalischer Test für eine biologisch medizinische Wirkung gedacht. Die Einheit hat sich darüber hinaus aber auch für rein physikalische Messungen als sehr nützlich erwiesen, indem in allen Fällen, in denen man früher nur in willkürlichem Maßstab eine „Ionisation“ angeben konnte, man heute genau reproduzierbare und kontrollierbare Zahlenangaben in r/s usw. einsetzen kann. Darauf wird unten noch zurückgegriffen. Ehe wir aber die Frage der Röntgeneinheit verlassen, sei auf die großen Schwierigkeiten hingewiesen, die sich für die weitere Anwendung der Einheit ergeben.

Die Realisierung der Röntgeneinheit wird mit steigender Spannung schwieriger und problematischer. Man kann entsprechend der heutigen Festlegung bis zu etwa 3 Millionen Volt das Röntgen noch verifizieren und auch mit definitionsgemäßen Kleinkammern noch messen. Mit diesen kann man wohl auch noch etwas weiter extrapolieren. Die Therapie stößt aber in ihren Pionierarbeiten bis zu viel höheren Quantenenergien vor, bei denen bereits die vorherrschende Rolle der Photo- und Comptonabsorption durch die Paarbildung abgelöst wird (GLOCKER [6]). Dort ist bezüglich der Dosimetrie noch völliges Neuland.

Die Standardmessung des „Röntgen“.

Die Maßeinheit „Röntgen“ muß definitionsgemäß so gemessen werden, daß ein bestimmtes Luftvolumen in der Weise bestrahlt wird, daß zwischen den aus diesem Luftvolumen nach außen tretenden Sekundärelektronen und den von der umgebenden Luft in das Meßvolumen eintretenden Sekundärelektronen Gleichgewicht besteht. Das „Ausschneiden“ des Meßvolumens aus einem so großen Luftraum, daß alle in dem Luftvolumen gebildeten Sekundär-Elektronenbahnen die volle Energie in Luft abgeben können, ehe sie die Kammerwand erreichen, geschieht nach dem Vorbilde HOLTHUSENS mit Blende und Schutzelektroden in einer sog. Faßkammer. Man kann die Kammerdimensionen wohl durch Anwendung von Druckkammern verringern, doch haben die Erfahrungen in der PTR gezeigt, daß es vorteilhafter ist, auf die zusätzliche Fehlerquelle der Druckmessung und der Ionenturbulenz infolge geringer Undichtigkeiten auf Kosten des Raumes zu verzichten.

Die Ausmessung des Meßvolumens geschieht durch Ermittlung der Blendengröße und der Länge der Meßelektrode, die Messung des Ionisierungsstromes zweckmäßig durch eine Kompensationsmethode, wobei entweder die durch Ionisierung abfließende Elektrizitätsmenge über eine Normalkapazität C (GIEBE-PTR) mit Hilfe einer während einer Zeit t veränderten Spannung ΔU kompensiert wird, wobei $I = C \cdot \Delta U / t$ ist (TOWNSEND), oder bei konstanter Spannung U eine Kapazität verändert wird gemäß $I = \Delta C \cdot U / t$ (HARTSHORN). Schließlich kann noch mit einem radioaktiven Kompensator (JAEGER) gemessen werden. Die Korrekturen umfassen

1. Luftdichte (Reduktion auf Normalbedingungen)
2. Luftschwächung innerhalb der Kammer

3. Blendenrandkorrektur

4. Schatteneffekt der Meßelektrode

5. Sättigung für unendlich hohe Spannung

6. Streuzusatz aus dem Kammervolumen.

Für die Angabe der Genauigkeit der Standardmessung ist es wichtig, folgende beiden Einflüsse zu kennen:

1. Wie genau kann in einem gegebenen Augenblick die Absolutmessung des „Röntgen“ durchgeführt werden?

2. Wie genau kann diese Angabe von der Faßkammer auf ein klinisches Dosimeter übertragen werden?

Man hat sich bisher oft durch die Genauigkeit der ersten Messung täuschen lassen. Die weitaus größte Zahl der Abweichungen und Unstimmigkeiten kommt von der Übertragung. Die Fehler bei diesem Teil des Vergleichs können erhebliche Beträge annehmen. Ohne näher auf diese Frage einzugehen, sei nur erwähnt, daß die Ursache vor allem darin zu suchen ist, daß die Kammern der klinischen Dosimeter ganz anderer Bauart sind als die Faßkammer, daß sie im Gegensatz zur Faßkammer meist von allen Seiten Strahlung empfangen können, daß das Strahlungsfeld der üblichen Röhren inhomogen ist und daß außerdem diese Inhomogenität noch spannungs- und zeitabhängig sein kann. Aus diesem Grunde ist es ratsam, Kleinkammern etwa in der Art, wie sie in der klinischen Dosimetrie verwendet werden, an besondere Sekundärstandards anzuschließen und die laufenden Routineprüfungen mit diesen Sekundärstandards durchzuführen.

Die Standardanlage der PTR ist durch die Nachwirkungen des Krieges verloren gegangen, so daß zunächst jede Grundlage fehlte. Der Referent baut deshalb 1946 mit großzügiger Hilfe des Max-Planck-Institutes für Biophysik (Direktor Professor Dr. B. RAJEWSKY) in Ockstadt bei Frankfurt ein Standardinstitut auf. Dabei wurde von Überlegungen ausgegangen, die am Schluß des Berichts dargelegt werden.

An der Ockstädter Standardanlage, die unter schwierigsten Nachkriegsverhältnissen errichtet wurde, konnten verschiedene Verbesserungen für die Übertragung der Einheit angebracht werden, über die auf dem VI. Internationalen Radiologenkongress in London (1950) berichtet wurde. (JAEGER [10]). Über die Gesamtanlage wird demnächst in der „Strahlentherapie“ ein ausführlicher Bericht erscheinen. Durch Anschlußmessungen verschiedener Sekundärgeräte mit Radiumkontrolle konnte gezeigt werden, daß die Einheit innerhalb der Fehlergrenzen erhalten ist.

Am bedeutungsvollsten in dieser Beziehung werden die Ergebnisse der Anschlußmessungen sein, die vor kurzem zusammen mit Herrn Dr. G. E. ROTH aus Christchurch-Neuseeland in Ockstadt durchgeführt wurden. Dr. ROTH, Direktor des Dominion X-Ray and Radium Laboratory, vergleicht mit seinem Victoreen Dosimeter als Übertragungsgerät anlässlich einer einjährigen Weltreise rd. 10 nationale Röntgen-Standardanlagen nebst den Radiumstandards untereinander. Die Ergebnisse werden von ihm Frühjahr 1951 nach Beendigung der Reise veröffentlicht und werden den ersten Vergleich dieses Umfangs seit Einführung der Einheit „Röntgen“ darstellen.

Standardmessung sehr weicher Röntgenstrahlen.

Die Dosismessung überweicher Röntgenstrahlen, solcher mit einer Erregungsspannung von etwa 7 an, wie sie für die sog. Grenzstrahltherapie benutzt werden, wird in einer Faßkammer infolge der üblichen Luftschwächung innerhalb der Kammer genau, auch wenn man mit verhältnismäßig kurzen Kammerkammern arbeitet. Abgesehen von der Luftschwächung allein findet auch eine Änderung der Strahlenqualität innerhalb der Kammer statt. Man muß dann davon abgehen, die Blende als Meßort zu nehmen. Wie von JAEGER 1934 gezeigt werden konnte, gibt es einen Punkt m auf der Meßelektrode der Faßkammer, an dessen Stelle die Klein- oder Kurzkammer die gleichen Angaben zeigt wie die Faßkammer, wenn man als Meßvolumen der Faßkammer das Produkt aus der Länge der Meßelektrode L und dem Querschnitt des Strahlenbündels q_m an dieser Stelle einsetzt. Wird dabei m als Strecke von der Blende der Kammer an gerechnet, so ergibt sich aus den Berechnungen für die in dem Meßvolumen absorbierte Strahlung des Schwächungskoeffizienten μ die Beziehung

$$e^{-\mu m} = \frac{1 - e^{-\mu L}}{\mu L},$$

der m zu errechnen ist.

Ist μL kleiner als 2, so liegt m sehr nahe der Mitte der Meßelektrode, so daß gesetzt werden kann

$$m = \frac{L}{2} (1 + \alpha),$$

$\alpha \ll 1$ ist; in zweiter Annäherung ist

$$m = \frac{L}{2} \left(1 - \frac{\mu L}{12} \right).$$

Für sehr weiche Strahlung kann man dazu übergehen, daß man praktisch die gesamte Quantenentladung in Energie von Sekundärelektronen bzw. Ionenpaaren umsetzt. WILHELMY [22] hat diese Methode mit entsprechend langen Ionisationskammern durchgeführt und erhält die Dosisleistung entsprechend der Formel

$$DL = \frac{i}{q} \cdot \mu \cdot 3 \cdot 10^9 \text{ r/s},$$

bei i den Ionisationsstrom, q den Blendenquerschnitt und μ den Schwächungskoeffizienten der Luft bedeuten.

Ein Vergleich dieser Methode der Totalabsorption mit der Faßkammermethode unter besonderer Berücksichtigung der Verhältnisse bei den neuen amerikanischen Therapie-Röhren mit Berylliumfenster (R. SEIFERT, Hamburg) ist gemeinsam mit M. DORNEICH (Max-Planck-Institut für Biophysik) in Frankfurt a. M. im Gange.

Die klinische Röntgendosismessung.

Über die Probleme der klinischen und biologischen Dosismessung soll weiter unten noch die Rede sein. Zunächst sei von den üblichen Methoden der klinischen Dosismessung gesprochen.

Den wesentlichen Teil aller dieser Geräte bildet die Meßkammer, während die Messung des Ionisationsstromes selbst auf irgendeine der bekannten Methoden beruhen kann, die später kurz erwähnt sind. Was

der Strahlentherapeut wissen will, ist die im Organismus vorhandene Dosis. Da er sie meist nicht messen kann, ist er durch Messung der einfallenden Strahlung gezwungen, auf die Dosis innerhalb des Körpers zu schließen. Abgesehen von Spezialkammern für Grenzstrahlung, Nahbestrahlung und Kontakttherapie benutzt man dazu im allgemeinen sog. Fingerhutkammern (thimble-chamber) mit stiftförmiger Innenelektrode, evtl. auch kleine Kugelmesskammern, die nach Möglichkeit eine röntgenschatenarme Zuführung haben sollen (RAJEWSKY; JAEGER). Die Form der Kammer, ob zylinder- oder kugelförmig, macht entgegen einem weit verbreiteten Irrtum nichts für die Richtungsunabhängigkeit der Anzeige aus, sofern das volle Luftvolumen bestrahlt wird und die Absorption und Streuung der Wände nach allen Seiten gleichmäßig ist.

Aus der Messung der einfallenden Strahlung wird an Hand von Tabellen, die Absorption und Streuung im Körper, Feldgröße, Härte und Abstand der Strahlenquelle berücksichtigen, auf die Dosisverteilung geschlossen. Wichtig sind dazu sog. Isodosenkarten, aus denen das Strahlungsfeld übersehen werden kann. Doch reichen dazu die üblichen einfachen schematischen Bilder nicht aus, da sie die heterogene Zusammensetzung des Organismus außer acht lassen.

Die Wellenlängenunabhängigkeit der Meßkammer.

Bei der Messung der Intensität von Röntgenstrahlen nach der Ionisationsmethode für physikalische Untersuchungen kommt es häufig nur auf relative Werte an. Dann ist die Gestaltung der Ionisationskammer von untergeordneter Bedeutung. Bei der dosimetrischen Meßtechnik soll jedoch die Ionisation entsprechend der Definition des Röntgen gemessen werden. Deshalb besteht die Hauptanforderung an eine Kammer darin, in dem verlangten Wellenlängenbereich möglichst die gleiche Eichkonstante aufzuweisen, also nicht wellenlängenabhängig zu sein. Soweit es die Absorption der Strahlung in der Wand betrifft, muß diese um so dünner sein, je weicher die zu messende Strahlung ist. Bei Weichstrahlkammern sieht man deshalb ein besonderes Fenster aus Cellophan (0,02 mm) oder Nylon vor, in Amerika auch Beryllium. Bei dünnem Fenster muß auf den Eintritt ungewollter Elektronen- oder Blendenstrahlung geachtet werden. Die Isolation muß nach Möglichkeit aus Bernstein bestehen, da andere Stoffe, wie vor allem Trolitul, bei Bestrahlung mit hochionisierender Energie dielektrische Nachwirkungseffekte und Zerstörungerscheinungen zeigen.

Über den Wirkungsmechanismus der Kleinkammer ist viel gearbeitet worden, vor allem, um den Einfluß der Kammerwand berücksichtigen zu können, die „luftäquivalent“ sein muß. Die bis jetzt ausführlichste Untersuchung seit der Arbeit von STOCKMEYER stammt von E. MIEHLNICKEL [16]. Nach den ersten Arbeiten von FRICKE und GLASSER, die den Begriff der Luftäquivalenz prägten, muß die „effektive“ Atomnummer des Kammermaterials gleich der von Luft sein. Die verschiedenen Formeln, nach denen aus den Komponenten des Kammermaterials die effektive Atomnummer Z_{eff} berechnet werden soll, wurden von MIEHLNICKEL geprüft, und es ergab sich, daß die bisherigen Formeln durch Berücksichtigung der Streuung

ergänzt werden mußten, so daß sich ergibt

$$Z_{eff} = \sqrt[3]{\frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + \left(\frac{K}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{B}{2} - \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + \left(\frac{K}{3}\right)^3}},$$

wobei

$$B = \frac{g_1}{g} \cdot (Z_1^3 + KZ_1) + \frac{g_2}{g} (Z_2^3 + KZ_2) + \dots$$

$$K = \frac{k_\sigma}{k_\tau \cdot \lambda^{2,92}}.$$

Z_v ist die Ordnungszahl des Elementes v , g_v/g dessen rel. Gewichtsanteil, k_τ und k_σ sind die Koeffizienten des Absorptions- bzw. Streugliedes der ALLENSCHEN Formel.

Da sich K als wellenlängenabhängig erweist, definierte MIEHLNICKEL die Luftäquivalenz durch die Festsetzung, daß die eff. Atomnummer des Gemisches in dem betrachteten Spektralbereich der von Luft proportional sein soll. Die Wellenlängenabhängigkeit einer geschlossenen Ionisierungskammer ist durch die Luftäquivalenz des Wandmaterials gegeben sowie durch die geometrischen Bedingungen, welche für die freie Flugstrecke der Elektronen in der Kammer maßgebend sind.

Der Wirkungsmechanismus der kleinen Ionisationskammer ist bis jetzt aber noch keineswegs geklärt. Bei normalen Fingerhutkammern läßt sich über große Spektralbereiche Wellenlängenunabhängigkeit erzielen, und die besonders für biophysikalische Untersuchungen verwendeten blindenlosen Flachkammern nach R. JAEGER und B. RAJEWSKY zeigen bei richtiger Ausführung eine völlige Wellenlängenunabhängigkeit von 5 keV bis zu 200 keV und darüber.

Schwierigkeiten ergeben sich jedoch dann, wenn das Kammervolumen sehr klein wird. Außerordentlich kleine Kammern muß man verwenden, wenn es sich um Aufnahme von Isodosen in unmittelbarer Nähe der Strahlenquelle, z. B. auch bei radioaktiven Präparaten handelt, sodann bei dem Problem der sog. Extrapolationskammer.

Die Extrapolationskammer.

Der Gedanke der Extrapolationskammer stammt von G. FAILLA und verfolgt den Zweck, von den beiden Ionisationsanteilen einer Kammer, dem aus der Luft und dem aus den Kammerelektroden stammenden, den Luft- oder Gasanteil zu trennen, und direkt den Einfluß des Gewebe- oder Phantom-Materials zu erhalten. Diese Trennung geschieht, indem man das Kammervolumen kleiner und kleiner werden läßt und die wahre Wandionisierung aus dem nach Null extrapolierten Kammervolumen ermittelt.

Wie schon von M. DORNEICH [2] ausführlich gezeigt wurde, sind die Meßangaben einer kleinen Ionisationskammer mit luftäquivalenten Wänden nicht volumproportional, wie es nach BEATTY sein müßte, sondern bei kleinen Volumen steigt der pro Volumeinheit berechnete Ionisationsstrom mit abnehmendem Kammervolumen an.

Bereits vor 10 Jahren hat R. M. SIEVERT in einem ausführlichen Aufsatz über die Bestimmung der Ionisation in biologischen Objekten auf diese Zusammenhänge aufmerksam gemacht, und letzthin hat Th. J. WANG [21] alle bisherigen Untersuchungen über das Problem der „cavity-chamber“ zusammengestellt.

DORNEICHs Beobachtungen wurden von SIEVERT Stockholm neuerdings bestätigt (Symposion des VI. Internationalen Radiologenkongresses London). FAILLA fand bei seinem nach Art von Plattenkondensatoren gebauten Kammern diesen Effekt nicht. Der Effekt wird gemeinsam mit M. DORNEICH weiter untersucht, da er für die Ermittlung der Ionisation von biologischem Gewebe grundlegend ist.

Die Methodik der Dosismessung.

Von der physikalischen Messung der „Dosis“ mit einer kleinen Ionisationskammer ausgehend, kann man auf verschiedene Weise zu einer mehr oder weniger genauen Voraussage der zu erwartenden biologischen und medizinischen Reaktionen im Organismus gelangen. Während bei dem ursprünglichen pharmakologischen Begriff der Dosis, abgesehen von den ärztlichen Ermessen stehenden individuellen Schwankungen, eine recht einfache Beziehung zwischen der Dosis, z. B. der Zahl der Pillen oder Tropfen, und der klinischen Wirkung besteht, ist diese Beziehung bei der Anwendung hochionisierender Strahlung außerordentlich viel verwickelter und erfordert eine eingehende strahlentherapeutische und biophysikalische Ausbildung und Erfahrung. Auf die Frage der Korrelation zwischen physikalischer Dosis und biologischer Wirkung soll zum Schluß noch kurz eingegangen werden. Die verschiedenen Wege drücken sich bereit in der Durchführung der klinischen Messung mit der Kleinkammer aus.

Man kann mit der Kleinkammer ganz in „freier Luft“ messen und die Absorptions- und Streuverhältnisse aus Tabellen (GREBE u. WIEBE, MAYNEORD u. LAMERTON) entnehmen. Ferner ist es möglich, die Messungen unter den gewünschten Bestrahlungsbedingungen (Spannung, mA-Zahl, Filter, Abstand, Feldgröße u. a.) an einem Phantom (Wasser, Wachs, Trolitul) durchzuführen. Daß dabei noch nicht die differentielle Verteilung der Dosis durch den Einfluß der Knochen, des unter Umständen von diesen emittierten Sekundärelektronen, Lufträume (Lungen, Darm) und anderer Inhomogenitäten berücksichtigt sind, sei nur erwähnt. Ein genaues Bild ist schwer zu erhalten, da die im Gewebe absorbierte Strahlung ihrerseits auf ihrem Wege gehärtet oder durch Comptonstreuung weicher wird, wobei die gestreute Strahlung wieder durch Absorption gehärtet und in ihrer Richtung ganz verschieden je nach der Härte verteilt ist. Da für den therapeutischen Erfolg die möglichst geringe Strahlenbelastung der übrigen Gewebsteile so auch der Haut wesentlich ist, wird häufig die Meßkammer auf die Haut gelegt, dabei die Rückstreuung des Gewebes berücksichtigt und weiter hin nach Tabellen auf die räumliche Strahlenverteilung geschlossen.

Die Frage der Schonung umliegender Gewebeteile drückt sich auch dosimetrisch aus, und zwar nicht nur in der Therapie, sondern auch bei der Beurteilung des Strahlenschutzes. Die Berücksichtigung der Tatsache, daß die Raumdosis oder räumliche Integraldosis, d. h. das Produkt aus Dosis am jeweiligen Ort und dem Volumen $\int r dv$ möglichst klein zu halten ist (MAYNEORD [14], WACHSMANN), ist noch nicht genügend in die klinische Praxis und die Strahlenschutzüberwachung eingedrungen.

Nur in speziellen Fällen wird man die Dosis direkt am Behandlungsort messen können (Haut, Vagina, etc.).

Die Entwicklung von Meßgeräten mit sehr kleinen Kammern an flexibler Zuführung (H. BOMKE [1], vgl. unten) wird auch diese intrakorporalen Messungen vereinfachen und sie auch auf Oesophagus und Magen anwenden lassen. Noch leichter sind derartige klinische Messungen der Dosis durchführbar mit der Methode der Kondensatorkammern.

Kondensatorkammern.

Ursprünglich wurden alle Ionisationskammern in der Verbindung mit dem Meßinstrument gebraucht. M. SIEVERT [18], Direktor der Radiophysiska Institutionen in Stockholm, wo in geradezu idealer Weise die physikalische, biologische, physiologische und klinische Arbeit vereinigt ist, hat gezeigt, daß es möglich ist, Kammern zu bauen, die in geeigneter Weise konstruiert als hochisolierende Kondensatoren betrachtet werden können und aufgeladen ihre Ladung wochen und Tage (bis zu 14 Tagen) ohne nennenswerte Verluste behalten. Diese Kondensatorkammern werden in aufgeladenem Zustand an den Bestrahlungsgebrachten und z. B. in den Körper eingeführt. Am Ende der Bestrahlung werden die Kammern auf ein möglichst kapazitätsarmes Elektrometer aufgesetzt und die Ladungsverluste, die ein Maß der Dosis sind, gemessen. Diese Methode erwies sich als sehr ausbaufähig. Alle ihre Möglichkeiten und Abwandlungen finden sich in der SIEVERTSchen Originalarbeit [18]. In Deutschland wird die Methode im wesentlichen für Strahlenschutzmessungen verwendet. Man hat dabei den großen Vorteil, mit einem einzigen Elektrometer eine unbegrenzte Anzahl von Kammern auch verschiedener Type messen zu können. Das Elektrometer bedarf dabei keines Bleischutzes, da es an einem strahlensicheren Orte aufgestellt werden kann. Bei den Messungen der zulässigen Tages-Dosis für den Arzt, Physiker oder die Schwestern können mehrere Kammern während der Tätigkeit getragen werden, die auch aufgeladen mit der Post verschickt werden können. Nach der Exposition der Meßstelle mit den Kontrollkammern, die nicht der Strahlung exponiert werden, zurückgesandt werden.

Messung der Dosis an biologischen Grenzflächen.

Bei den Messungen der Dosis mit einer Kleinkammer in freier Luft wird die mit der Röntgenstrahlung verbundene Korpuskularemmission gemessen. Dazu muß die Kammer gleichmäßig durchstrahlt werden und ihre aus luftäquivalentem Material bestehende Wandung eine Dicke haben, die der Reichweite der in ihr ausgelösten Elektronen entspricht, d. h. es muß sog. Elektronensättigung vorhanden sein.

Ganz anders liegen die Verhältnisse aber, wenn man im Organismus messen will, der aus ganz verschiedenen biologischen Stoffen zusammengesetzt ist. Die Erfahrungen von MAYNEORD, SPIERS sowie WACHSMANN zeigen anschaulich, wie sich gemäß den verschiedenen Elektronenzahlen der Gewebearten die Energieabsorption bei verschiedenen Strahlenhärten verteilt [20]. Unterhalb 0,1 A verhalten sich Stoffe ihrer Atomnummer fast gleich. In der Gegend 0,1 bis 0,3 A ist eine starke Wellenlängenabhängigkeit

vorhanden, oberhalb 0,3 A wird der Streukoeffizient klein, und der Wert ist im wesentlichen bestimmt durch das Verhältnis des Absorptionskoeffizienten zu dem der Luft. Das für die Betrachtungen vorausgesetzte Elektronengleichgewicht ist in der Nähe der Knochen oder an Luftkavernen nicht erfüllt.

Ebensowenig herrscht das Gleichgewicht bei Messung an der Haut. Nimmt man an, daß die wirkliche Ionendichte, die „Ionendosis“ (HOLTHUSEN [8]) mindestens in erster Annäherung für den biologischen Effekt maßgebend ist, so würde nur eine Kammer richtig messen, deren Wände unendlich dünn oder „gewebsäquivalent“ sind. Eine Kammer, die ihm im Sinne der Messung in „Röntgen“ luftäquivalente Wände genügender Dicke hat, mißt ganz etwas anderes.

Nur am Rande sei darauf hingewiesen, daß das Verhältnis zwischen biologischer Strahlenwirkung und Ionisation bzw. absorbierter Energie sicher nicht im ganzen Spektralbereich der ionisierenden Strahlen konstant ist und daß der Strahleneffekt nicht nur von der Zahl der Ionen, sondern auch ihrer Verteilung, der sog. „Ionentopographie“ abhängt.

Die Dosismessgeräte.

Allgemein unterscheidet man Dosismesser und Dosisleistungsmesser. Dosismessgeräte, bei denen man den Ionisationsstrom zum Auf- oder Entladen einer mitunter wählbaren Kapazität verwendet und unter Messung der Ladezeit auf die innerhalb dieser abgelaufene Dosis schließt, sind die eigentlichen Dosismesser oder Integraldosismesser. Mit ihnen erfaßt man auch die während dieser Zeit auftretenden Schwankungen der Strahlungsbedingungen. Auf diese Weise kann man eine vorher eingestellte Dosis automatisch verabfolgen. Dies geschieht bei dem in Deutschland verbreiteten Hammerdosimeter, das nach Ablauf beispielsweise von 5 Röntgen durch ein Relais von neuem aufgeladen wird, wobei jedes Intervall auf einer Stoppuhr gemessen, außerdem aber die Zahl der Intervalle auf einem Zählwerk registriert und durch ein Glocken- oder Lichtzeichen signalisiert wird. Nach einer einstellbaren Gesamtzahl, z. B. 100 Intervallen, ertönt ein Alarmsignal bzw. wird die Apparatur abgeschaltet.

Nach dem Vorbild von H. FRANKE kann man durch ein ähnliches Prinzip auch die für eine diagnostische Aufnahme notwendige Dosis zur Steuerung der Röntgenapparatur verwenden und diese dadurch gerade optimal ausnutzen oder vor Überlastung schützen.

Bei der Messung der sog. Momentandosis oder Dosisleistung in Röntgen pro s (r/s) oder, wie es in der Strahlentherapie gebräuchlich ist, in r/min , läuft der Ionisationsstrom über einen konstanten Hochohmwiderstand von 10^9 bis etwa 10^{11} Ohm, und die an ihm auftretende Potentialdifferenz wird elektrometrisch gemessen.

Manche Geräte vereinigen in sich die Methode der Dosismessung und der Dosisleistungsmessung. Moderne ausländische Meßgeräte, die auf der Ausstellung des Internationalen Radiologenkongresses in London 1950 gezeigt wurden, lassen außerdem auch noch die Kondensatorkammermethode und die Verwendung sämtlicher Spezialkammern und Strahlenschutzkammern zu.

Die Zahl neuer Dosismeßgeräte ist im Auslande stark angewachsen. Auf ihre technischen Einzelheiten einzugehen ist hier nicht möglich.

Abgesehen von Dosismeßgeräten für den Prüfstand einer Strahlenklinik oder für biophysikalische und physiologische Untersuchungen vermeidet man aus Bequemlichkeitsrücksichten die Ablesung des Elektrometers mit dem Mikroskop. Die klinischen Dosimeter haben meist Lichtzeigerelektrometer mit objektiver Ablesung oder bedienen sich besonders im Auslande in stark zunehmendem Maße der Elektrometeröhre mit Verstärker. Wegen der wachsenden Bedeutung dieses Meßprinzips sei kurz auf dessen Entwicklung eingegangen.

Nachdem im Jahre 1924 K. W. HAUSSE, R. JAEGER und W. VAHLE im Forschungslaboratorium der Siemens & Halske A.G. das erste Röhrenelektrometer (T 113) mit Raumladegitter angegeben hatten und mit seiner Hilfe Ionisationsströme einer kleinen Kammer bis zu 10^{-13} A messen konnten, war von der deutschen Röhrenindustrie wegen des geringen Absatzgebietes keine Weiterentwicklung dieses Röhrentyps mehr zu erreichen. Diese wurde aber von Amerika besonders in dem letzten Jahrzehnt erfolgreich aufgenommen. Unter anderem stehen zur Verfügung die Elektrometeröhren FP 54 Plotron der General Electric, die Typen *5800 Elektrometer-Tetrode, *5803 Elektrometer-Verstärker der Victoreen, CK 5889 Elektrometer-Pentode der Raytheon Manufacturing Co, und die Elektrometeröhren des Tracer-Lab.

In Deutschland haben sich in der letzten Zeit BOMKE zusammen mit EBERLE [1] um die meßtechnische Verwendung der Elektrometeröhre in der Radiologie bemüht. Wegen der Bedeutung seien ihre Ergebnisse kurz wiedergegeben.

BOMKE und EBERLE kommen zu dem Schluß, daß infolge der Abhängigkeit des Gitterstroms von der Gitterspannung, der statistischen Schwankungen des Gitterstromes und anderer Umstände die Ausschlagmethode auch in Verbindung mit höchstempfindlichen Elektrometeröhren wenig geeignet zur genauen Messung schwächster Ionisationsströme ist. Die Autoren untersuchen daher die Frage, wo die Grenzen für die Auf- und Entlademethode liegen. Dabei muß man sich aber bewußt sein, daß gerade für eine schnelle Durchmessung eines Isodosenplanes nur die direkte Ausschlagmethode in Frage kommt. Auch hierbei bildet der Gitterstrom in Höhe von etwa 10^{-14} A die Grenze und verbietet eine höhere Empfindlichkeit zu erzielen.

Ein ganz anderer Weg aber ergibt sich, wenn man die Methode des freien Gitters wählt, also an dem Punkt der Röhrencharakteristik arbeitet, an dem der Gitterstrom von einem Ionenstrom in einen Elektronenstrom übergeht. Das freie Gitter stellt sich automatisch auf diesen Punkt ein, so daß man bei einer Kompensationsmethode ständig bei dem Gitterpotential des freien Gitters arbeiten kann.

BOMKE und EBERLE haben die Bedingungen des freien Gitters nochmals kritisch behandelt und seine statistischen Spannungsschwankungen nach den in dem Buche von SCHINTLMEISTER behandelten Theorien diskutiert. Bei den heute üblichen Elektrometeröhren tritt bei einem Parallelwiderstand von etwa 10^{11} Ohm eine Wärmerauschspannung von etwa

$5 \cdot 10^{-6}$ V auf, bei freiem Gitter hat sie die Größenordnung von rd. 10^{-8} V. Für den negativen Anteil des Gitterstromes wird eine Spannungsschwankung von etwa $5 \cdot 10^{-7}$ V ermittelt, der bei einer Messung mit wesentlich niedrigerem Anodenstrom (etwa 10^{-7} A) sich ebenso wie der positive Anteil auf rd. 10^{-7} bis 10^{-8} V erniedrigt. Schließlich kommt noch der Schrotteffekt (SCHOTTKY) hinzu, für den eine Schwankung von $5 \cdot 10^{-8}$ bis 10^{-7} A folgt.

Das mittlere Schwankungsquadrat des freien Gitterpotentials ergibt sich zu rd. 10^{-14} , d. h. die an freien Gitter unter den angenommenen Bedingungen zu erwartenden Spannungsschwankungen betragen 10^{-7} Volt. Unter der Annahme, daß sich eine zehnmal größere Spannungsänderung vom Untergrund gerade noch sichtbar abhebt, berechnen BOMKE und EBERLE, daß ein Strom von 10^{-17} A bereits nach 2 s Aufladezeit eine gegen den Zustand des freien Gitter erkennbare Potentialänderung am Gitter bewirkt.

Mit Kompensation bei freiem Gitter lassen sich auch wahrscheinlich noch andere Röhren als spezielle Elektrometeröhren sowie gewöhnliche Radioröhren zur Messung verwenden.

BOMKE und EBERLE haben ein Meßgerät angegeben, das speziell zur Ausmessung von Dosen einer Radiumapplikation mit kleinsten Kammern verwendet werden soll.

Auch von BERTHOLD wurde ein Dosismeßgerät mit Verstärker entwickelt.

Alle Dosimeter der Praxis müssen mit einer radioaktiven Kontrolle zur Prüfung der Konstanz ihrer Meßanzeige versehen sein. Dabei ist anzustreben, daß diese Kontrolle direkt auf die Meßkammer wirkt und nicht nur die Elektrometer-Empfindlichkeit kontrolliert.

Strahlenschutzdosimetrie.

Im Grunde gelten alle Überlegungen für die therapeutische Dosimetrie auch für die Dosimetrie des Strahlenschutzes, also die Messung der Dosen, die bei der Arbeit pro Tag oder Woche als zulässig erachtet werden. Dabei müssen die Meßgeräte sehr viel empfindlicher sein, an ihre Genauigkeit brauchen aber nur geringere Anforderungen gestellt zu werden. GLOCKER hat darüber kürzlich zusammenfassend berichtet [5]. Wie weit sich neben dem Geigerzählrohr andere Meßprinzipien durchsetzen, wie der lichtelektrische Effekt mit CdS-Kristallen oder Szintillationszähler und Leuchtphosphore mit Elektronen vervielfacher, ist noch nicht vorauszusagen.

Die physikalische Dosis und ihre Korrelation zur biologischen Wirkung (vgl. D. E. LEA [13]).

Die Standardmessung des „Röntgen“ im üblichen Therapiegebiet, seine Übertragung auf die handelsüblichen Dosismesser und die Sorge um die einwandfreie physikalische Messung ist ein wichtiges Gebiet der Dosimetrie, jedoch nur ein ganz kleines Teilgebiet, das zum größten Teil routinemäßiger Art ist und vor allem auf ausreichende Organisation einschließlich betrieblicher und personeller Hilfsmittel angewiesen ist.

Die vielen schwierigen und dringenden Probleme der Strahlendosimetrie aber, die der Bearbeitung harren, können hier nur angedeutet werden.

Vor allem gehört dazu ein Bild des biophysikalischen Wirkungsmechanismus der Strahlung. Es wurde bis

kurzem weitgehend von den Vorstellungen der DESSAUER zurückgehenden Treffertheorie besetzt (vgl. K. G. ZIMMER und N. TIMOFÉEFF-SOVSKY). Neuerdings jedoch hat sich gezeigt, diese Theorie allein nicht ausreicht, sondern daß durch physikalisch-chemische Vorstellungen ersetzt werden muß. Auf diesem Wege erwiesen sich besonders neue Untersuchungen bei tiefen Temperaturen von B. RAJEWSKY 1950 [17] als sehr aufschlußreich (vgl. auch A. C. FABERGE [4]). Wenn wir auch in erster Linie die biologische Wirkung über Bildung von Ionenpaaren entstanden denken, so trotzdem die Wirkung anderer Einflüsse, besonders Anregungsenergien und chemisch-hormonalen Aktionen nicht übersehen werden (vgl. dazu die Zusammenfassung von H. LANGENDORFF [12]).

Der für die klinische Dosimetrie jedoch nächste Schritt ist die Ermittlung der wahren Dosisleistung aus der physikalischen Messung. Auf die komplexe Zusammensetzung z. B. des menschlichen Gewebes ist schon weiter oben hingewiesen worden. Dieser Einfluß ist härteabhängig und man kann vorstellen, in welcher komplizierter Weise bei dem Durchgang eines inhomogenen Strahlenbündels je nach Härte, Fokusabstand, Feldgröße und Strahlrichtung die Dosisverteilung verläuft. Mit der Arbeit, aus den verschiedenen klinischen Möglichkeiten zunächst die wichtigsten Bilder zu ermitteln, wurde erst seit kurzem begonnen. Eine große Sammlung solcher Isodosenprogramme besonders für Gammastrahlbehandlung wurde von der englischen Schule ermittelt.

Bei der Übertragung der in Luft gemessenen Dosisleistung in r/s auf das Innere des Organismus ergeben sich außer den experimentellen und theoretischen Schwierigkeiten auch noch Überlegungen grundsätzlicher Art, die zum Teil mit einer Frage zusammenhängen, die noch nicht zur Sprache kam. Es geht um die Ausdehnung der Dosimetrie in „Röntgen“ auf Strahlen anderer Art wie, abgesehen von Gammastrahlen des Radiums, Neutronen, schnelle Elektronen, Strahlungen radioaktiver Isotope usw.

Für diese Anwendungen sind insbesondere von der anglo-amerikanischen Schule verschiedene Definitionen vorgeschlagen worden, die Energieeinheit nach MAYNEORD und READ, das Gramm-röntgen nach MAYNEORD [14], der eine Reihe wichtiger Arbeiten über die Energieabsorption des Gewebes veröffentlichte, und das röntgen-equivalent-physical (rep) nach PARSONS [15].

Die Internationale Kommission für Radiologische Einheiten in London 1950 hat noch keine dieser Definitionen international eingeführt, sondern zunächst in bestimmten Fällen, in denen man auf die im Gewebe absorbierte Strahlung eingeht, diese in $erg\ pro\ g\ Gewebe$ auszudrücken beschlossen.

Zur Ermittlung der im Gewebe absorbierten Energie kann man entweder nach der GRAYSchen Methode vorgehen. Bei ihr wird die Ionisation innerhalb des Gewebes in einem kleinen Luftvolumen gemessen, dessen Abmessungen klein sein müssen gegen die Reichweite der Sekundärteilchen. Nach GRAYS Angaben ergeben sich für die Abmessungen des Hohlraums bei Gammastrahlen wenige Millimeter, für harte Röntgenstrahlen von 200 kV und 1,5 mm Cu etwa 0,1 mm und für weichere Strahlen noch kleinere Werte. Ist dann J_{Luft} der in dem Meßvolumen ge-

messene Ionisationsstrom, W die Energie, die zur Bildung eines Ionenpaares im Mittel notwendig ist (32,5 eV) und ρ das Verhältnis der Bremsvermögen des betrachteten Mediums zu dem der Luft, so ist die im Raumelement des Mediums absorbierte Energie

$$E_{(Gewebe)} = W \cdot \rho \cdot J_{(Luft)}.$$

Ein anderer Weg zur Ermittlung der vom Gewebe aufgenommenen Energie und deren Verteilung beruht auf folgenden Zusammenhängen.

Unter der Voraussetzung, daß in dem betrachteten Spektralbereich die für die Erzeugung eines Ionenpaares notwendige Energie 32,5 eV beträgt, entspricht 1 Röntgen der Absorption von rd. 0,11 erg in 0,001293 g Luft unter korrekten Gleichgewichtsbedingungen. Demnach ergibt sich für die auf ein Gramm Luft bezogene Größe $83,8 = rd. 84\ erg$.

Dies ist etwa gleichbedeutend mit $5,22 \cdot 10^{13}\ eV/g$ oder $2,01 \cdot 10^{-8}\ g\ cal/g$. Bei der Umrechnung auf andere Substanzen ist dieser sog. „Elektronenumsatz“ nicht einfach gemäß der Dichte umzurechnen.

Für Wasser ergibt sich die 1 r entsprechende Energieabsorption zu

$$83,8 \cdot 1,11 = 93\ erg/g,$$

wo 1,11 das Verhältnis der Elektronenzahlen pro g für Wasser und Luft bedeutet. Dies ist aber nur richtig, so lange man für Wasser die gleiche Zusammensetzung wie Luft annimmt. In Wirklichkeit wird für Wasser und Gewebe der sog. „Elektronenumsatz“ etwas wellenlängenabhängig. Genauere Berechnungen stammen von LEA. Aus der auf 1 cm^2 auftreffenden Röntgenstrahlenenergie E_0 berechnet sich der in Elektronenenergie umgesetzte Anteil nach dem GLOCKERSchen Grundgesetz:

$$E_e = E_0 (1 - e^{-\mu d}) \cdot \frac{\alpha \tau + \sigma_r}{\mu},$$

wobei bedeuten:

μ = Schwächungskoeffizient

σ_r = Rückstoßkoeffizient der Comptonelektronen

α = Photoelektronenausbeute (= 1 bei Fehlen von charakteristischer Eigenstrahlung)

τ = Absorptionskoeffizient.

Für kleine μd wird der GLOCKERSche Ausdruck für die absorbierte Energie

$$E_0 d \cdot (\alpha \tau + \sigma_r).$$

Werden die Koeffizienten auf das Elektron bezogen und ist $N = 3,03 \cdot 10^{23}$ die Zahl der Elektronen pro g Luft, so entspricht die absorbierte Energie einer Anzahl $r =$

$$D_r = \frac{E_0 (\tau_e + \sigma_{er}) 3,03 \cdot 10^{23}}{83,4}$$

und es ist

$$E_0 = 27,5 \cdot 10^{-23} D_r / (\tau_e + \sigma_{er})\ erg\ pro\ cm^2$$

(vgl. MAYNEORD [14]).

Den wahren Energieumsatz, der auftritt, wenn 1 g Luft einem Röntgen r ausgesetzt ist, hat MAYNEORD als „Gramm-röntgen“ bezeichnet (gm) und zur Grundlage seiner Raumdosis gemacht. Sein Zusammenhang mit dem in der anglo-amerikanischen radiologischen Literatur verbreiteten „rep“ (roentgen-equivalent-physical) ist der folgende.

Die Energie, die pro Masseneinheit eines Gewebes absorbiert wird, das einer Dosis von 1 „rep“ ausgesetzt ist, ist gleich der Energie, die pro Masseneinheit Luft absorbiert wird, die 1 r ausgesetzt ist (83,8 erg/g). Also ist 1 rep gleichbedeutend mit 1 gr/g Gewebe.

Auf die anderen Einheiten und die Zusammenhänge aller radiologischen Einheiten überhaupt wird in der erwähnten Zusammenstellung von JAEGER und RAJEWSKY eingegangen. (Vgl. dazu BRU. 13, Memorandum on the Measurement of Ionizing Radiations for Medical and Biological Purposes. May 48.)

Entwicklung der Röntgendosimetrie und Ausblick.

Man begegnet häufig der völlig irrigen Meinung, daß sich die Dosimetrie der Röntgenstrahlung und ebenso der anderer ionisierender Strahlung darin erschöpfe, daß die physikalische Technik ein Meßgerät entwickelt, mit dem zuverlässig gemessen werden kann, daß dieses Meßgerät von einem staatlichen oder anerkannten Institut an eine Standardanordnung angeschlossen wird und daß dann der Strahlentherapeut das Gerät bei seinen klinischen Bestrahlungen abliest. So war es zum Teil vielleicht noch vor 20 Jahren.

Inzwischen hat aber eine ungeahnte Entwicklung in der medizinischen Anwendung nicht nur der Röntgenstrahlung, sondern überhaupt der hochionisierenden Strahlungen eingesetzt (DORNEICH u. JAEGER [3]). Die Dosimetrie der Röntgenstrahlung ist nicht mehr ein für sich isoliert und alleinstehendes Gebiet, sondern es ist mit der Dosismessung der Neutronen, der Messung der sog. Multimillion-Voltstrahlung mit Elektronen und künstlichen Gammastrahlen, der radioaktiven Isotope und allgemein der Kernstrahlung verbunden, wozu noch die besonderen Methoden der Strahlenschutzmessung, der Ermittlung der Verseuchung des Bodens, des Wassers und der Luft, des natürlich radioaktiven Gehalts des menschlichen Organismus und eine Fülle anderer Fragen gehören. Aber auch auf dem Röntgengebiet selbst sind spezielle Fragen wie die der Nahbestrahlung, Kontaktbestrahlung, der intensiven Weichstrahltherapie und der biophysikalischen Untersuchungen bis zu Dosisleistungen von 10^6 r/min zu lösen (vgl. JAEGER [11]).

Es wäre reizvoll zu zeigen, welche Fortschritte durch die Anforderungen der physikalischen Strahlenmedizin auch für die physikalische Meßmethodik selbst erreicht wurden; es mag genügen, auf die Arbeiten über die Neutronendosimetrie (GRAY, ZIMMER, HESS) und auf die Arbeiten zur Messung von Radioisotopen (MAYNEORD, QUIMBY, MARINELLI und HINE u. a.) hinzuweisen.

Daß dabei staatliche Prüfungsmethoden, wissenschaftliche Entwicklungsarbeit und die Vervollkommen der klinischen Anwendungsmethoden Hand in Hand gehen müssen, hat das Ausland schon vor Jahren durch Gründung enger Arbeitsgemeinschaften und Zusammenfassung von Instituten anerkannt. Die

vielen teuren speziellen Strahlungsgeräte und Anlage können nur voll ausgenutzt werden, wenn sie vielseitig für biophysikalische Untersuchungen, dosimetrische und Strahlenschutzarbeiten, Versuche der Physiologen, Chemiker und Biologen verwendet werden. Aus diesen Erwägungen heraus hat der Referent zusammen mit Prof. RAJEWSKY im Jahr 1945/46 bei Frankfurt/Main eine derartige Gemeinschaftsarbeit begonnen, die auch die Tradition in diese Richtung fortsetzen soll. Besuche in Schweden und in London während des Internationalen Radiologenkongresses haben gezeigt, welcher Förderung diese Entwicklung dort begegnet, während im Lande Röntgen selbst noch kaum Ansätze dazu anzutreffen sind. Der Ausbau der sog. Radiophysik, d. h. der medizinisch und biologisch angewendeten Strahlenphysik einschließlich der Dosimetrie, in dem durch die Erfordernisse der Praxis notwendigen Umfang wird nur möglich sein, wenn wir uns zu einer engen Zusammenarbeit entschließen, die nicht nur aus wissenschaftlichen, sondern auch aus wirtschaftlichen Gründen erforderlich ist. In diesem Zusammenhang sei auf zwei aufschlußreiche und anregende Aufsätze hingewiesen. Der eine bildet den Vortrag von ROLF M. SIEVERT [19] auf dem Röntgenkongreß in Recklinghausen 1950 (Strahlentherapie, 1950). Der andere stammt aus der Feder des Präsidenten der Brit. Radiol. Soc., H. L. GRAY [7] und behandelt das Thema: „Non medical Aspects of Medical Radiology“ (1950).

Literatur. [1] BOMKE, H. A. u. H. EBERLE: Strahlenther. 78, 417 (1949). — [2] DORNEICH, M.: Fortschr. Gebiete Röntgenstrahlen 57, 189–199 (1938). — [3] DORNEICH, M. u. R. JAEGER: Fiat-Ber. Biophysik, Teil I, S. 227–243 (1948). — [4] FABERGE, A. C.: J. gen. Physiol. 35, 104 (1950). — [5] GLOCKER, R.: Z. angew. Physik 2, 266 (1950). — [6] GLOCKER, R.: Röntgen- und Radiumphysik für Mediziner. Thieme 1949. — [7] GRAY, L. H.: Brit. J. of Radiology XXIII, 627 (1950). — [8] HOLTHUSEN, H.: Strahlenther. 82, 487 (1950). — [9] JAEGER, R.: Z. techn. Physik 15, 39 (1934). — [10] JAEGER, R.: Zur Frage der Standarddosimetrie und der Radiologischen Einheiten. VI. Internationaler Radiologenkongreß. London 1950. — [11] JAEGER, R.: Abh. d. Braunschw. Wissenschaftl. Gesellschaft II, 85–91 (1950). — [12] LANGENDORFF, H.: Strahlenther. 83, 33 (1950). — [13] LEA, D. E.: Action of Radiation on Living Cells. Cambridge 1946. — [14] MAYNEORD, W. V.: Energy-Absorption I, II. Brit. J. Radiol. 13, 235 (1940); 17, 151 (1944). — [15] Memorandum on the Measurement of Ionizing Radiation for Medical and Biological Purposes. Brit. Com. of Radiol. Units (BRU/13) 1948. — [16] MIEHLNICKEL, E.: Ann. Physik 20, 737 (1934); Strahlentherapie 54, 348 (1935). — [17] RAJEWSKY, B.: Grenzen der Treffertheorie. VI. Intern. Radiologenkongreß. London 1950. — [18] SIEVERT, ROLF M.: Acta Radiologica, Suppl. XIV (1932). — [19] SIEVERT, ROLF, M.: Organisationsprobleme der med. Radiophysik. Strahlentherapie 83, 613 (1951). — [20] WACHSMANN, F.: Ausblick auf die Anwendungsmöglichkeiten der Elektronenschleuder in der Medizin. Vortrag beim Nord. Röntgenkongreß. Stockholm 1949. — [21] WANG, TH. J.: Nucleonics 7, 55 (1950). — [22] WILHELMY, E.: Z. Physik 83, 341 (1933); Physik. Z. 37, 103 (1936).

Dr. ROBERT JAEGER, Watenbütteler Holz
b. Braunschweig, und Frankfurt/M.-Ockstadt.

Buchbesprechungen.

K. Küpfmüller: Die Systemtheorie der elektrischen Nachrichtenübertragung. Stuttgart: S. Hirzel 1949. 386 S., 474 DM 32,—.

Die bisherigen Arbeiten über die Vierpoltheorie unteren in erster Linie die Dämpfungseigenschaften eines Übertragungssystems unter der Voraussetzung, daß das System mit einer bestimmten einzelnen Frequenz aus einem bestimmten Frequenzbereich gespeist wird. Besonders grundlegend ist das Verhalten der Reaktanzvierpole der Filtertechnik im eingeschwungenen Zustand behandelt worden. Die Untersuchung der Einschwingvorgänge trat daneben sehr zurück. Durch den Einfluß der Fernseh- und der Radar-Technik und durch die verschiedenen Arten der Modulation ist aber in den letzten zehn bis fünfzehn Jahren mehr und mehr die Frage in den Vordergrund gekommen, wie sich die Vierpole bei der Übertragung von Impulsen verhalten. In dieser Hinsicht stehen nun für die weiteren Untersuchungen zwei Wege offen. In bloßer Verneinerung der bisherigen Betrachtungsweise kann man, ausgehend von vorgegebenen Vierpolelementen, nun auch den Einschwingvorgang für gewisse einfache Grundformen der Schaltzeichen ermitteln. Dabei steht im Mittelpunkt des Interesses die Verwendung im Zeitablauf des Schaltens nach dem Durchgang durch den Vierpol. Solche Untersuchungen sind vereinzelt angestellt worden. Sie sind zum meist sehr schwierig durchzuführen und erfordern beträchtliches mathematisches Rüstzeug. Die andere Möglichkeit stellt die Forderung in den Vordergrund, daß vorgegebenes impulsartiges Schaltzeichen sich nur innerhalb gewisser Grenzen nach Größe und Verlauf verändern kann, und man fragt nun nach dem Aufbau und der Schaltung eines Vierpols, der sie zu erfüllen vermag. Die Erforschung der Zusammenhänge zwischen Amplituden- und Phasenverlauf wird in dem vorliegenden Buch, wie der Titel schon ausdrückt, mehr von diesem zweiten Standpunkt aus betrachtet.

An Beispielen dreier einfacher Grundformen eines Schaltens in der Gestalt der Sprung-, Stoß- und Schwingfunktion wird im ersten Kapitel des Buches die Abhängigkeit des Amplitudenspektrums von der Form des Schaltzeichens erörtert. Nachdem im zweiten Kapitel die Übertragungseigenschaften eines Systems näher besprochen worden sind, werden im dritten Kapitel an einfachen Beispielen einige Schaltvorgänge berechnet und die allgemeinen Zusammenhänge zwischen dem Schaltvorgang und den Verzerrungen in linearen Systemen besprochen. Es wird die Unterscheidung nach Nieder-, Schmalband- und Breitbandübertragungssystemen geführt. Die Berechnungen erfolgen ausschließlich mittels der Fourierschen Integrale, wobei man allerdings zuweilen die Konvergenzeigenschaften dieser Integrale nicht bedenken darf. Der Berichterstatter möchte daher diese Art der Darstellung nicht als ganz glücklich bezeichnen, wenn sie sich auf der anderen Seite den Vorteil mit sich bringt, daß sie auf diese Weise die Verhältnisse mit geringem mathematischem Aufwand erfassen lassen. Im vierten Kapitel werden die Einschwingvorgänge auf Gleich- und Wechselstrom für die vorgenannten drei Systeme durchgesprochen. Es wird ein allgemeines Verfahren zur Berechnung des Schaltvorganges bei beliebiger Dämpfungs- und Phasenverzerrung beschrieben. Die Ausführungen dieses Kapitels münden in einer sehr anschaulichen bildlichen Darstellung von Gleich- und Wechselstromschaltvorgängen in Systemen mit verschiedenen Verzerrungen aus.

Nachdem im fünften Kapitel die beiden Verfahren kritisch besprochen werden, mit deren Hilfe das Amplitudenspektrum einer Zeitfunktion gemessen werden kann, werden im sechsten Kapitel die Übertragungsverzerrungen und ihre Bedeutung für die Nachrichtenübertragung behandelt. Es werden die an die verschiedenen Nachrichtenmittel zu stellenden Anforderungen an Laufzeit und Verzerrung erörtert. Es folgt das wichtige Zeitgesetz der elektrischen Nachrichtenübertragung und eine Besprechung der Möglichkeiten, die Frequenzbandbreiten und die Übertragungszeit zu vergrößern. Ein besonderes Interesse kommt dabei den Angaben über die verschiedenen Arten und Ursachen der nicht linearen Verzerrungen und ihrer Wirkungen zu. Das siebente Kapitel erörtert die Übertragung von Trägerstrom- und Modulationssystemen und enthält eine Darstellung der verschiedenen Modulationsverfahren. Auf die Impulsmodulation wird

leider relativ kurz eingegangen. Es werden die Verzerrungen in der Empfangsfunktion diskutiert, wenn entweder die Modulation selbst oder der Übertragungskanal nicht verzerrungsfrei arbeiten. Das achte Kapitel bespricht den Einfluß der Störungen auf die Übertragung einer Nachricht. Störungen sind in diesem Sinne Zeitfunktionen, die mit der zu übertragenden Nachrichtenfunktion selbst nichts zu tun haben. Es werden zu diesem Thema besprochen: Der Zusammenhang zwischen Frequenzband und Störverhältnis, die Kompensation von Störungen und die Störungsverminderung durch Mehrfachübertragung und Gegenkopplung. Das letzte, neunte Kapitel behandelt die Regelvorgänge und die Bedingungen für die Stabilität von Reglern und rückgekoppelten Systemen.

Der Anhang enthält eine Darstellung der Spektren von 53 Zeitfunktionen und die Tafeln einiger transzendenter Funktionen, die bei der Berechnung von Einschaltvorgängen auftreten. Das Literaturverzeichnis ist sehr reichhaltig, nur die während des Krieges erschienene ausländische Literatur hat darin naturgemäß nicht in vollem Umfang berücksichtigt werden können.

Das Buch besticht durch seine sehr klare Darstellung und durch die Fülle wertvoller Zusammenhänge, die es mit einfachen mathematischen Mitteln aufdeckt. In Anbetracht der sehr verstreut erschienenen einzelnen Aufsätze über das behandelte Thema stellt das Buch mit seiner übersichtlichen Behandlung der vielfach verknüpften Zusammenhänge eine wertvolle Bereicherung der deutschen Fachliteratur dar, und es sollte daher in ähnlicher Weise wie das nach dem ersten Weltkrieg erschienene Buch von RÜDENBERG über Schaltvorgänge für lange Zeit einen wichtigen Bestandteil im Bücherschatz jedes Fernmeldeingenieurs bilden.

H. BUCHHOLZ.

Oppelt, Winfried: Stetige Regelvorgänge. Hannover: Wissenschaftliche Verlagsanstalt 1949. 144 S. u. 42 Abb., 9 Tafeln, 41 Übersichtstafeln und Kennkarten von Regelkreisen. Brosch. DM 7.—, geb. 7,80.

Ausgelöst durch die theoretische Behandlung der „ihren Zustand selbst regulierenden Systeme“, wie Ref. die von der Technik gewöhnlich sog. „selbsttätig geregelten Systeme“ nennen möchte, bricht sich allmählich die Erkenntnis immer mehr Bahn, daß den dabei zutage tretenden Ergebnissen weit über den speziellen Anlaß hinaus allgemeine Bedeutung zukommt. Wenn diese daher unter einem einheitlichen Gesichtspunkt gesammelt und systematisch geordnet werden, so wird diese Leistung nicht nur für den besonderen Anlaß sondern darüber hinaus auch als Vorarbeit für eine spätere universelle Anwendung von Nutzen sein. Vielleicht wird man dabei auch auf das vorliegende kleine Buch zurückgreifen, welches eine Ergänzung des vom gleichen Verf. stammenden Bändchens: „Grundgesetze der Regelung“ (siehe Besprechung in dieser Z. 1, 244 (1948)) darstellt.

Es enthält im wesentlichen Ortskurven und Übergangsfunktionen zuerst für Regler und Regelstrecken allein und dann für beide in verschiedenen Kombinationen zusammengeschaltet, wobei jene durch lineare Diffgl. definiert sind. Die Tendenz des Verf. geht am besten aus dem Vorwort hervor: „Dieses Buch gibt eine geordnete Darstellung stetiger Regelvorgänge. Es ist als Einführung gedacht und deshalb mit vielen Bildern und Tafeln versehen. Die Bilder dienen zur Veranschaulichung des Textes, die Tafeln zur Zusammenstellung von Ergebnissen. Beide sind so entworfen, daß sie leicht in die Vorstellungswelt des Lesers eingehen. Dies erschien mir wichtiger als das zahlenmäßige Durchrechnen von Beispielen. Denn die Vorstellungswelt seiner Bearbeiter ist der Nährboden für die schöpferische Weiterentwicklung eines Gebietes. — Die mathematische Behandlung der Regelung dient heute noch weniger dem Gewinnen genauer Zahlenwerte als vielmehr der Suche nach grundsätzlichen Beziehungen zu den Geräteabmessungen“.

Das Inhaltsverzeichnis führt auf: *Regelstrecken* (5 S.), *Regler* (18 S.), (Kennkarten von Reglern, Rückführungsmöglichkeiten, Einstellung des Reglers). *Regelkreise* (78 S.), (Kennkarten einfacher Regelkreise; Regelkreise mit Laufzeit, Reibung und Ansprechempfindlichkeit). *Regelkreise mit Hilfsregelgröße, mit Hilfsstellgröße, mit Messung der Störgröße und mit Hilfsmodellkreis* (22 S.). *Mehrfachregelung, Synthese des Regelkreises, Modellregelkreise* (5 S.). *Der Mensch als Regler* (1 S.).

Wenn oben etwas über die mögliche Bedeutung dieses Bändchens gesagt wurde, so soll das nur mit Einschränkung gelten. Die dargestellten Kurven sind nämlich nicht maßstäblich sondern „der Übersichtlichkeit wegen verzerrt“ gezeichnet. Daher geben sie oftmals, wenn man so sagen darf, nur ein topologisches Abbild. Diese Tatsache und das Fehlen einer dimensionslosen Darstellung stehen einer universellen Anwendbarkeit im Wege. Nichtsdestoweniger behält es für den, der sich schnell — gleichsam wie auf einer Straßenbahnkarte, welche auch nicht maßstabsgerecht gezeichnet ist, — orientieren will, wie das Verhalten einer vorgegebenen Regelstrecke durch Hinzuschalten eines bestimmten Reglers beeinflusst wird, seine Bedeutung.

H. STEFANIAK.

Lieneweg, Fritz: Temperaturmessung. Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig 1950. 219 S. u. 78 Abb. DM 15.—.

Trotz der großen Bedeutung, die der Messung der Temperatur bei allen Naturerscheinungen und Vorgängen der Technik zukommt, ist die Zahl der zusammenfassenden Behandlungen dieses überaus wichtigen Gebietes physikalischer Meßtechnik nur gering. An Monographien über Einzelgebiete wie die Elektrische und Optische Temperaturmessung fehlt es zwar nicht, aber die wenigen Darstellungen des gesamten Gebietes (BURGESS und LECHATELIER 1912/13 und HENNING 1915 und 1926) können nicht mehr aus dem heutigen Stand der Technik angemessen angesehen werden. Die hier bestehende Lücke wird von dem vorliegenden Buch aufs beste ausgefüllt. Verf. hat es verstanden, auf etwa 200 S. alles für den Physiker und Techniker Wissenswerte über die Temperaturmessung in kurzen klaren Worten, die von vorzüglichen schematischen Abbildungen, Nomogrammen und Tabellen ergänzt werden, so darzustellen, daß er auf alle in der Praxis an ihn herantretenden Fragen schnell und sicher die Antwort findet, die nach dem heutigen Stande unseres Wissens darauf zu geben ist. Möglich war das u. a. dadurch, daß einzelne Teile des Gebietes, die sonst sehr ausführlich behandelt werden, wie die Theorie der Temperaturskala, des Gasthermometers u. a. hier nur äußerst gekürzt erscheinen: Über „Geschichtliches und Temperaturskalen“ unterrichten nur knapp 5 S., wovon fast 2 S. Tabellen über Festpunkte und Verwendungsbereiche der Thermometer enthalten. Dem gegenüber sind aber andere, für den Praktiker wichtige Fragen mit einer sonst nicht üblichen Ausführlichkeit behandelt worden. Mit Recht betont der Verf., daß es zur genauen Temperaturmessung nicht genügt, ein genaues Meßgerät zu benutzen und richtig abzulesen, sondern daß es viel schwieriger ist, „das Meßgerät so anzuwenden, daß es wirklich die richtige zu messende Temperatur anzeigt, da durch den Einbau des Thermometers das Temperaturfeld mehr oder weniger gestört wird“. Dementsprechend folgt auf eine Darstellung der Temperaturmeßverfahren und Beschreibung der Meßgeräte (Berührungs- und Strahlungsthermometer) auf 106 S. eine eingehende Behandlung der chemischen und mechanischen Beanspruchung der Thermometer, der Lehre vom Einbau der Thermometer und ihrer Anzeigeträgheit mit den daraus sich ergebenden Folgerungen für ihren Aufbau auf 70 S. Zum Schluß werden in ausführlichen Tabellen Eichreihen von Widerstandsthermometern und Thermoelementen wiedergegeben.

Die Darstellung beruht auf sorgfältiger Benutzung des gesamten Schrifttums, das überall gewissenhaft zitiert wird. Besonders berücksichtigt werden dabei zahlreiche, die technische Anwendung betreffenden Arbeiten. Ein paar belanglose Anmerkungen seien gestattet. Die Zahlen für die Festpunkte (S. 5) stimmen nicht immer mit den neuesten vom Internationalen Komitee 1948 angenommenen überein. Z. B. gibt Verf. für den Schmelzpunkt von Pd 1557 statt 1552° an. Auch empfiehlt es sich, bei den Fundamentalknoten die definitionsgemäß genau 0 und 100° sind, keine Dezimalstellen anzugeben. Trotz der bewußt praktischen Richtung des ganzen Buches wäre es doch wohl angebracht, auf die Darstellung der Temperaturskala durch das Pt-Rh-Thermoelement und das Pt-Widerstandsthermometer mittels bestimmter Formeln hinzuweisen. Beim Glühfadenpyrometer wäre wohl ein Hinweis auf die Verzerrung des Strahlenganges durch die Lampenhülle und ihre Beseitigung durch Verwendung von Lampen mit Planfenstern ange-

bracht. Daß dünne, farblose Gläser im objektseitigen Strahlengang fast ohne Einfluß auf die zu messende Leuchtdichte sind, trifft nicht zu: Die Schwächung wird wesentlich durch Reflexionsverluste an den Grenzflächen bestimmt. Etwas seltsam wirkt es, wenn für die Anwendung eines total reflektierenden Prismas eine Arbeit aus dem Jahre 1941 zitiert wird, während diese Ablenkung des Lichtstrahles schon in den ältesten pyrometrischen Arbeiten, besonders bei Bestimmung der Schmelzpunkte allgemein gebraucht wurde. Trotz dieser kleinen Beanstandungen kann das Buch als die beste z. Z. existierende Darstellung der gesamten Temperaturmessung bezeichnet werden. Jeder, der vor die Aufgabe gestellt ist, eine Temperatur korrekt zu messen, wird hier nicht nur eine für die Praxis erschöpfende zuverlässige Zusammenstellung aller Geräte und Methoden finden, sondern vor allem auch aufs beste beraten sein bei der Frage, welche Hilfsmittel bei bestimmten von der Praxis gestellten Aufgaben einzusetzen sind, um zuverlässige Ergebnisse zu erhalten. Der geringe Umfang und Preis des bestens ausgestatteten Buches läßt mit Sicherheit erwarten, daß es bald in der Hand eines jeden messenden Physikers und Technikers sein und ihm ein wertvoller, unentbehrlicher Ratgeber werden wird.

HOFFMANN.

Siedentopf, H.: Grundriß der Astrophysik. Stuttgart: Wissenschaftl. Verlagsges. m. b. H. 1950. IX, 307 S. u. 114 Abb. Geb. DM 28.50.

Vergleicht man diesen Grundriß der Astrophysik mit früheren Lehrbüchern dieses Zweiges der Physik, dann fallen vor allem die Abschnitte über Ionosphäre, Nordlichtströmungen, kosmische Ultrastrahlung auf, die den früheren Büchern naturgemäß fehlten. Durch diese Erscheinungen ist die Brücke zwischen irdischer und kosmischer Physik geschlagen. Von nun an ist die Astrophysik nicht mehr eine weltferne Wissenschaft, sondern ein Anwendungsgebiet der Physik, das tief in das irdische Geschehen eingreift und deshalb ist die Lektüre dieses Buches auch dem angewandten Physiker nicht nur zur Erholung, sondern auch zum Bekanntwerden mit höchst nützlichen Dingen wärmstens zu empfehlen. Er wird dort auch über die Strahlungsempfänger Auge, Photoplate, Photozelle, Bolometer viel, sonst in der Literatur zerstreutes Material in übersichtlicher Form finden. Da die zu uns kommende Lichtstrahlung durch die Atmosphäre entscheidend beeinflusst wird, ist diesem Erscheinungskomplex ein längeres Kapitel gewidmet. Interessant ist, daß das Eigenlicht der Atmosphäre der Sternbeobachtung eine (vorläufige?) Grenze mit der 25ten Größenklasse setzt. Den Vorgängen auf der Sonne und ihrer Auswirkung auf die Erde ist ein besonders großer Teil gewidmet, aber auch der innere Aufbau der Sterne, die interstellare Materie und schließlich auch die Kosmologie sind nicht zu kurz gekommen. Der Leser wird durch die hervorragend schönen Bilder von Sonnenflecken, Spiralnebeln usw. tief beeindruckt sein. Kurz, man kann den Verfasser und den rührigen Verlag zum Erscheinen dieses vorzüglich ausgestatteten Buches, das noch unter schwierigen äußeren Verhältnissen geschrieben und dennoch „up to date“ ist, beglückwünschen.

G. Joos.

Dillenburger, W.: Einführung in die neue Deutsche Fernsehtechnik. Berlin: Schiele & Schön 1950. 210 S. u. 145 Abb. Geb. DM 12.50.

Das Buch verfolgt den Zweck, dem Techniker und Ingenieur die Einarbeitung in das Gebiet des Fernsehens zu ermöglichen. Es bietet eine Übersicht über die auftretenden Probleme mit besonderer Berücksichtigung der Erfordernisse des im Entstehen begriffenen deutschen Fernsehens. Dies bedingt natürlich auch eine Berücksichtigung der im Ausland gemachten Erfahrungen. Der Verfasser, der als jahrelanger Mitarbeiter der Fernseh G. m. b. H. als einer der besten deutschen Fachleute gelten muß, behandelt den Stoff ohne schwierige Berechnungen und versteht es, die Fülle des Materials so zu ordnen und zusammenzufassen, daß der Leser ohne wesentliche Vorkenntnisse und auf beschränktem Raum einen einwandfreien Überblick erhält. Die in dem Buch enthaltenen Informationen sind von so allgemeinem Interesse, daß es nicht nur im Kreise der Fachleute gelesen werden sollte.

H. MEINKE.